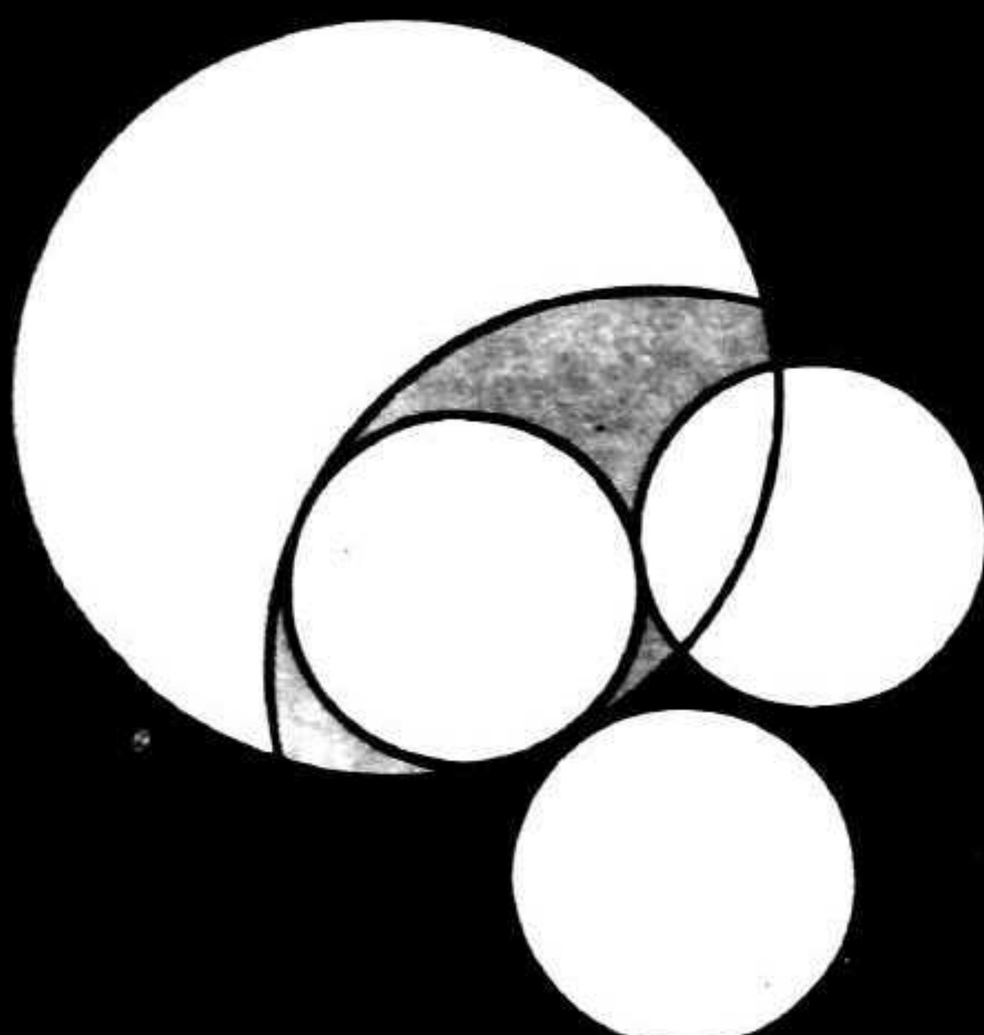
MINISTERUL ÎNVĂȚĂMÂNTULUI

PETRE BIELTZ

DUMITRU GHEORGHIU

LOGICA

Manual pentru clasa a IX-a, licee și clasa a XI-a, școli normale



MINISTERUL ÎNVĂȚĂMÂNTULUI

PETRE BIELTZ DUMITRU GHEORGHIU

LOGICA

Manual pentru clasa a IX-a licee şi clasa a XI-a şcoli normale

EDITURA DIDACTICĂ ŞI PEDAGOGICĂ, R.A. – BUCUREŞTI, 1997

Actualul manual reproduce pe cel din anul 1996.

Mulțumim tuturor celor ce ne-au scris și semnalat opiniile domniilor lor și așteptăm, în continuare, sugestiile motivate ale celor ce valorifică, de la catedră, acest manual.

Autorii

Capitolul X a fost elaborat de
asist. univ. MIRCEA DUMITRU

ISBN 973-30-5796-7

Redactor: MIRELA CONSTANTIN
Tehnoredactor: DAN LUPU
Coperta: ALEXANDRU DRAGOMIR

LISTA PRINCIPALELOR SIMBOLURI

(1) $=_{id}$ *identitate;* formula $A =_{id} A$ se citeşte „A este identic cu A"

(2) $\vdash$ *acceptare* (asertare), iar $\nvdash$ *neacceptare*; formula $\vdash p$ se citeşte „acceptat p", iar formula $\nvdash p$ se citeşte „neacceptat p"

(3) $=_{df}$ relaţia dintre *definit şi definitor*; formula $A =_{df} B$ se citeşte „A este prin definiţie B" (prin definiţie, A este B)

(4) *SaP, SeP, SiP* şi *SoP* formule corespunzătoare tipurilor fundamentale de *propoziţii categorice*, în care S ţine locul *subiectului logic*, iar P ţine locul *predicatului logic*; aceste formule se citesc, în ordine, „Toţi S sunt P", „Nici un S nu este P", „Unii S sunt P", şi respectiv, „Unii S nu sunt P"; dacă una dintre aceste litere poartă deasupra sa o bară, ea reprezintă o noţiune negativă: de exemplu, formula $Sa\overline{P}$ se va citi „Toţi S sunt non-P"

(5) $p, q, r, \ldots$ *variabile propoziţionale;* o astfel de literă stă pentru o propoziţie oarecare

(6) $\sim$, $\rceil$, $^{-}$, semne pentru operatorul propoziţional *negaţie*, formule precum $\sim p$, $\rceil p$ sau $\bar{p}$ se citesc la fel: „non-p".

(7) &, $\cdot$, $\wedge$ semne pentru operatorul proporţional *conjuncţie*; formule precum $p \& q$, $p \cdot q$ sau $p \wedge q$ se citesc la fel: „p şi q" (şi p şi q)

(8) $\vee$ semnul *disjuncţiei neexclusive*; formula $p \vee q$ se citeşte „sau p, sau q, posibil ambele"

(9) W semnul *disjuncţiei exclusive*; formula pWq se citeşte „sau p, sau q, imposibil ambele"

(10) $\rightarrow$, $\supset$, semne pentru *implicaţie*; formule precum $p \rightarrow q$, sau $p \supset q$ se citesc la fel: „dacă p, atunci q"sau „p implică q"

(11) $\equiv$, $\leftrightarrows$, semne de *echivalenţă*, formule precum $p \equiv q$, sau $p \leftrightarrows q$ se citesc la fel: „p este echivalent q"

(12) $x, y, z, \ldots$ *variabile obiect* (individuale); desemnează obiecte nedeterminate (oarecare)

(13) $F, G, H, \ldots$ *litere predicat*; stau pentru expresii incomplete în care apar nume de însuşiri sau de relaţii

(14) $a_1, a_2, \ldots, a_n$ *constante individuale*, desemnează obiecte determinate

(15) $\forall$, $\exists$ *cuantori, universal* şi respectiv, *existenţial (particular)*; formula $\forall x\, F(x)$ se citeşte „pentru orice x, x este F", iar formula $\exists x\, F(x)$ se citeşte „există x, astfel încât x este F".

1. NOȚIUNI INTRODUCTIVE

1.1. PRINCIPALA PREOCUPARE A LOGICII

Pentru a avea șanse de reușită în ceea ce facem trebuie să știm ce valoare au ideile (gândurile) noastre despre proprietățile sau cauzele diferitelor obiecte, pentru că altfel n-ar fi deloc exclus să săvârșim greșeli, uneori ireparabile. Fără a ști mai mult decât ceva cu totul vag și nesigur despre drumul pe care ar trebui s-o apucăm, despre vreme, împrejurimi sau semne turistice etc., angajarea noastră în căutarea unei cabane montane aflată la o mare distanță de locul de pornire, într-o zonă puțin circulată, ar fi aproape sigur sortită eșecului și, pe deasupra, n-ar fi deloc exclus să fim victima unui accident; în schimb, având suficiente cunoștințe despre cele menționate, ca și despre altele legate de cazul în discuție, șansele noastre de reușită ar fi considerabil sporite. Iată de ce spunem că numai bazându-ne pe idei adevărate avem posibilitatea de a obține ceea ce dorim, iar în situația în care știm că ideile noastre despre însușirile și cauzele diferitelor obiecte nu sunt sigur adevărate, avem măcar posibilitatea de a evita erorile, riscul de a suferi accidente etc.

Cum putem fi însă siguri de valoarea ideilor noastre despre însușirile sau cauzele diferitelor obiecte, evenimente, situații etc. implicate în acțiunile noastre? Pentru a răspunde cât mai clar la această întrebare, sunt necesare câteva precizări. Mai întâi, să reținem că ideile de acest fel vor fi numite **propoziții cognitive***, pentru a le deosebi de acelea care, în loc de cunoștințe, redau *întrebări, ordine (porunci,* sau, altfel spus, *comenzi), reguli (instrucțiuni), dorințe* ș.a. În al doilea rând, să reținem că doar propozițiile cognitive au **valoare de adevăr**, ceea ce înseamnă că sunt singurele propoziții ce pot fi apreciate (evaluate, prețuite) ca fiind sau **adevărate**, sau **false**, sau **nesigure** (incerte, adică, nici sigur adevărate și nici sigur false), unde **adevărul, falsul și nesigurul** vor fi numite **valori de adevăr** (proprii propozițiilor cognitive). De exemplu, propoziția:

(1) **Metalele sunt bune conducătoare de electricitate.**

este *adevărată,* însă propoziția:

(2) **Insectele sunt patrupede.**

este *falsă,* iar propoziția:

(3) **Numărul stelelor din galaxia noastră este par.**

este *nesigură.* La acestea să mai adăugăm că în cele ce urmează vom conveni să notăm *adevărul* cu **1**, *falsul* cu **0**, iar *nesigurul* cu **?****.

În al treilea rând, pentru a arăta cum putem stabili valoarea de adevăr ce revine, într-un anumit moment, unei propoziții cognitive oarecare – să o notăm cu **p** (de la cuvântul „propoziție") – vom deosebi două situații diferite:

---

* Cuvântul „propoziție" provine de la latinul *propositio* care, pe de o parte, însemna *înfățișare, prezentare* sau *perspectivă*, proprii noțiunii de *propoziție gramaticală*, pe de altă parte însemna *idee, premisă* sau *teză* într-o discuție sau argumentare proprii noțiunii de *propoziție logică* (în sens logic), numită uneori și judecată".

** Folosirea de cifre pentru a indica valorile de adevăr nu înseamnă că ar fi vorba de o abordare algebrică sau aritmetică a problemelor de logică; pe lângă nevoia de simplificare, această simbolizare se explică prin ușurința de a opera cu cifre în loc de alte semne.

(a) Multe propoziții cognitive redau proprietăți (însușiri) a căror prezență sau absență la anumite obiecte poate fi direct detectată prin simpla observare a obiectelor în cauză, cum ar fi și propoziția:

(4) **Tabla are o formă dreptunghiulară.**

Valoarea de adevăr a unor asemenea propoziții poate fi ușor stabilită prin simpla inspectare a obiectelor despre care este vorba într-o propoziție de acest fel. În cazul nostru privim tabla și, dacă observăm că ea este dreptunghiulară, vom susține că propoziția (4) este adevărată (are valoarea **1**), iar dacă observăm că tabla are altă formă decât cea dreptunghiulară, susținem că propoziția (4) este falsă (are valoarea **0**).

(b) Multe alte propoziții cognitive – de fapt, cele mai importante cunoașterii și progresului – ne relatează că anumite proprietăți aparțin unei infinități de obiecte, cum face și propoziția (1) de mai sus, sau propoziția:

(5) **În orice triunghi isoscel, mediana bazei este bisectoarea unghiului de la vârf.**

Valoarea de adevăr a unor astfel de propoziții, ca și a celor care redau cauzele ce fac ca anumite obiecte să fie așa cum sunt, sau ca anumite evenimente să se petreacă într-un anume fel, de exemplu propoziția:

(6) **Datorită legii gravitației, o piatră aruncată pe orizontală va descrie o parabolă,**

nu poate fi stabilită direct, printr-o simplă observare (ca în cazul anterior), deoarece este imposibil să inspectăm, unul câte unul, o infinitate de obiecte.

Valoarea de adevăr a propozițiilor cognitive de acest fel poate fi stabilită numai pe calea unui efort teoretic, la nivelul gândirii raționale – deseori numită „gândire logică" sau „gândire abstractă" – adică, pornim de la alte propoziții cognitive de același fel, dar al căror adevăr a fost deja stabilit (recunoscut) și pe care le supunem unui fel aparte de prelucrare mentală, pentru a dovedi pe baza lor valoarea de adevăr proprie unei propoziții cognitive de tipul propozițiilor (5) și (6) de aici. De pildă, pentru a dovedi că propoziția (5) este adevărată, se recurge la o *demonstrație*.

După cum vom vedea, pentru a putea spune că propoziția cognitivă al cărei adevăr este stabilit printr-un asemenea efort teoretic (de justificare, de demonstrare) este sigur adevărată, nu este deloc suficient ca propozițiile de la care plecăm în justificarea ei să fie ele însele sigur adevărate. Este totodată necesar (obligatoriu) ca toate **operațiile** și **schemele ideale** (numite „ideale" doar pentru că sunt proprii gândirii noastre) la care s-a apelat în efortul teoretic de justificare (demonstrare) a propoziției date să satisfacă anumite condiții, să întrunească anumite proprietăți. Încălcarea acestor condiții, nerespectarea acestor proprietăți are ca efect imediat și necesar pierderea oricărui control asupra adevărului ideilor cu care operăm pe plan mental, ceea ce înseamnă că, deși în demersul nostru teoretic de justificare a unei anumite propoziții pornim exclusiv de la propoziții sigur adevărate, justificarea în cauză nu reușește, oricât de mare ne-ar fi străduința, să probeze că și propoziția dată spre justificare este sigur adevărată; cu alte cuvinte, într-o astfel de situație nu este deloc exclus să plecăm de la propoziții adevărate și să ajungem în final la propoziții false*.

Studiul acestor condiții și proprietăți de a căror respectare depinde siguranța adevărului (în sensul menționat) și a felului în care, pe de o parte, le putem respecta, pe de altă parte, putem descoperi eventuale nerespectări ale lor, reprezintă principalul conținut al logicii, cea mai importantă dintre preocupările sale.

---

* Vezi exemplul cu „Șoarecele ..." din pag. 9.

1.2. FORMA LOGICĂ

Schemele ideale, ale căror proprietăţi trebuie neapărat respectate pentru a nu pierde de sub control siguranţa adevărului, sunt proprii gândirii umane în toate manifestările ei. Numite **forme logice**, ele pot fi imaginate asemenea unor *tipare* sau *matriţe*, ca un fel de *schelet intern* al oricărui gând ce s-a ivit în mintea noastră şi care face ca acelui gând să-i fie proprie o anumită structură, o anumită organizare internă.

Fie drept exemplu propoziţiile de la (1) la (6) din paragraful anterior. Ca enunţuri, deci analizate din punct de vedere gramatical (ca forme de limbaj), ele au o trăsătură comună: toate, fără excepţie, sunt *propoziţii declarative afirmative;* în rest, ele diferă una de alta, întrucât în construcţia lor întâlnim „părţi de vorbire" diferite. În acelaşi timp, aceste propoziţii diferă una de alta şi din perspectiva gândului (adică, sub aspectul conţinutului gândit) exprimat (comunicat): de exemplu, dacă (1) şi (6) exprimă cunoştinţe distincte de fizică, (2) exprimă o cunoştinţă de biologie, (3) o cunoştinţă de astronomie, iar (5) una de geometrie. Din punct de vedere logic însă, între aceste şase propoziţii nu există absolut nici o deosebire, deoarece, deşi diferite, gândurile (informaţiile) exprimate de ele au, totuşi, exact aceeaşi structură (organizare) internă, *sunt clădite pe exact aceeaşi formă logică.*

Comună acestor şase propoziţii, de fapt comună oricărui gând exprimat de o propoziţie declarativă afirmativă, această formă logică este rezultatul aplicării unei *operaţii logice* elementare – **afirmaţia** – la alte două forme logice mai simple, numite **noţiuni**, cărora le revin însă roluri distincte. Astfel, prima dintre ele corespunde *obiectului gândirii,* cu alte cuvinte, îi revine rolul de a reda pe *cel despre care se spune ceva* într-o asemenea propoziţie şi, ca atare, această primă noţiune are, în forma logică analizată, rolul de **subiect logic,** iar prezenţa ei urmează a fi semnalată prin „**S**", în schimb, deoarece îi revine rolul de a reda *ceea ce se spune despre subiectul logic* (obiectul gândirii), cealaltă noţiune aflată în construcţia formei logice analizate este numită **predicat logic,** iar prezenţa ei va fi semnalată prin „**P**". În aceste condiţii, dacă ţinem seama şi de faptul că **afirmaţia,** adică operaţia logică prin care **S** şi **P** intră aici în legătură, poate fi semnalată prin verbul „a fi", putem susţine că formula:

S este P

exprimă, într-o manieră economică, exactă şi deosebit de clară, tocmai forma logică comună celor şase propoziţii de la care am plecat, formă logică cunoscută sub denumirea de **propoziţie categorică afirmativă**. Revenind acum, în parte, la enunţurile de la care am plecat, se va reţine că în (1) S este exprimat prin cuvântul „metale", iar **P** de combinaţia de cuvinte „bune conducătoare de electricitate", în (2) ambele noţuni sunt exprimate prin câte un singur cuvânt — **S** =„insecte", **P** =„patrupede" — în timp ce în (3), **S** =„numărul stelelor din galaxia noastră", iar **P** =„(număr) par".

Desigur, există nenumărate cazuri în care aceleaşi două noţiuni — **S** şi **P** — sunt unite de o altă operaţie logică, despre care se poate spune că este complementara (inversa) afirmaţiei şi anume, **negaţia**, ca în enunţul:

(7) **Insectele nu sunt patrupede.**

Forma logică specifică gândului exprimat de (7), căreia îi corespunde formula:

S nu este P

se va numi **propoziţie categorică negativă**.

Până acum, am identificat două tipuri de forme logice: **noţiuni** şi **propoziţii categorice** (afirmative şi, respectiv, negative). În fapt, există o imensă varietate de forme logice mai mult sau mai puţin diferite una de alta, care însă pot fi repartizate, după complexitatea lor, în trei mari grupe (clase): **noţiuni, propoziţii, inferenţe.**

se enunță o altă însușire. În schimb, în propoziția „Curajul navigatorilor solitari este extraordinar", același cuvânt redă o noțiune concretă, pentru că acum reprezintă *un anume fel de curaj* și nu curajul, în general. Rezultă că aceleași cuvinte pot fi folosite la niveluri diferite de generalitate a căror eventuală indistincție este o abatere de la principiul identității care ar produce confuzii grave.*

(b) **Noțiuni absolute** sau **relative**. *O noțiune este absolută dacă redă proprietăți ce aparțin unor obiecte, chiar dacă aceste obiecte ar fi considerate ca izolate unele de altele.* Noțiuni ca *om, număr par, carte* sunt absolute. În schimb, *o noțiune este relativă dacă redă relații* (legături) *între două sau mai multe obiecte*. Noțiuni ca *sinonim, tată, însoțitor* sunt relative: nici un cuvânt, de exemplu, nu poate fi *sinonim* decât dacă există cel puțin un alt cuvânt, astfel încât primul să aibă același înțeles cu cel de-al doilea.

Printre urmările nedeosebirii între noțiuni absolute și relative găsim și confundarea a două funcții distincte ale pronumelui posesiv: dacă substantivul aflat în cazul genitiv materializează o noțiune absolută (*cartea* mea), pronumele introduce *posesiunea* (*cartea* mea este proprietatea mea), dar dacă el materializează o noțiune relativă (*tatăl* meu), același pronume posesiv introduce *o relație* specială, alta decât posesiunea *(tatăl* meu nu este proprietatea mea).

(c) **Noțiuni independente** sau **dependente (corelative)**. *Două noțiuni sunt independente numai dacă una dintre ele nu o antrenează pe cealaltă și nici negația celeilalte,* adică numai dacă ele pot fi gândite separat; *în caz contrar, noțiunile sunt corelative*. În timp ce noțiuni ca *greutate* și *culoare* sau *triunghi* și *patrulater* sunt independente, altele ca, de pildă, *absolut-relativ, cauză-efect* sau *pozitiv-negativ* sunt corelative (dependente).

De reținut că noțiunile corelative nu pot fi obiect al definiției decât împreună, ca elemente ale relației dintre ele. Tratarea lor separată are ca rezultat grave erori în definiție.

(d) **Noțiuni pozitive** sau **negative**. *O noțiune este pozitivă dacă redă prezența uneia sau mai multor însușiri la un obiect (clasă de obiecte) și este negativă dacă, dimpotrivă, redă privarea obiectului (clasei) de o însușire.* Noțiuni ca *roșu* sau *vertebrat* sunt evident pozitive, iar noțiuni ca *orb* sau *nesimetric* sunt negative.

Inexistența unei corespondențe perfecte între forma logică și cea lingvistică face uneori ca deosebirea noțiunilor în pozitive și negative să fie mai dificilă. La nivelul limbii române, de pildă, „cuvintele negative" conțin un prefix privativ (a-, ne-, in-, anti- etc.), dar nu orice astfel de cuvânt materializează o noțiune negativă. Cuvintele „anticorp", „antiparticulă" sau „antimaterie" sunt lingvistic-negative dar comunică noțiuni logic-pozitive. Pentru a evita orice fel de confuzii, este recomandabil să considerăm noțiunile în context, adică după felul în care apar ele în propoziții. De reținut că fiecărei noțiuni pozitive îi corespunde în plan logic o noțiune negativă (*om – non-om, alb – non-alb* etc.) și că principiul noncontradicției nu permite ca două noțiuni care formează o astfel de pereche să fie enunțate, în același timp, despre același obiect al gândirii.

---

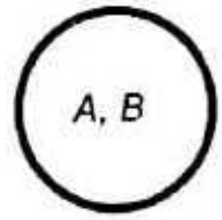
* În logică, cuvintele „abstract" și „concret" au un alt înțeles decât în psihologie, unde primul înseamnă „noțiune căreia nu-i corespunde o imagine senzorială", iar al doilea, „noțiune căreia îi corespunde o astfel de imagine". De exemplu, noțiunea *număr irațional* este logic-concretă, dar este psihologic-abstractă.

2.6. RAPORTURI ÎNTRE NOȚIUNI

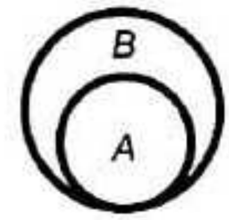
Între două noțiuni distincte, să le notăm **A** și **B**, pot exista, sub aspectul sferei lor, **două** tipuri de raporturi: de **concordanță**, dacă sferele lor au cel puțin un element comun, și de **opoziție**, dacă sferele lor nu au nici un element comun. În cazul noțiunilor vagi, condiția ca ele să fie opuse vizează exclusiv nucleul acestor noțiuni. De notat că, pentru o cât mai clară prezentare a raporturilor dintre noțiuni, fiecare noțiune va fi reprezentată printr-un cerc distinct, după metoda propusă de L. Euler (1707–1783).

Există trei feluri de raporturi de concordanță:

(a) **Raport de identitate**. *Noțiunile A și B sunt identice dacă și numai dacă sferele lor coincid perfect (au aceeași sferă)*, ceea ce înseamnă că ambele noțiuni pot fi redate prin exact același cerc, dar nu și că ele au neapărat același conținut. Noțiuni ca *număr par* și *număr divizibil* cu *2* sau *Mihai Eminescu* și *autorul poemului „Luceafărul"* sunt exemple de noțiuni aflate în raport de identitate.



(b) **Raport de ordonare.** *Două noțiuni se află în raport de ordonare dacă și numai dacă sfera uneia se include total în sfera celeilalte, fără însă ca sferele lor să coincidă.* Noțiuni ca *număr natural* și *număr întreg* sau *trandafir* și *plantă* sunt exemple de noțiuni ordonate.



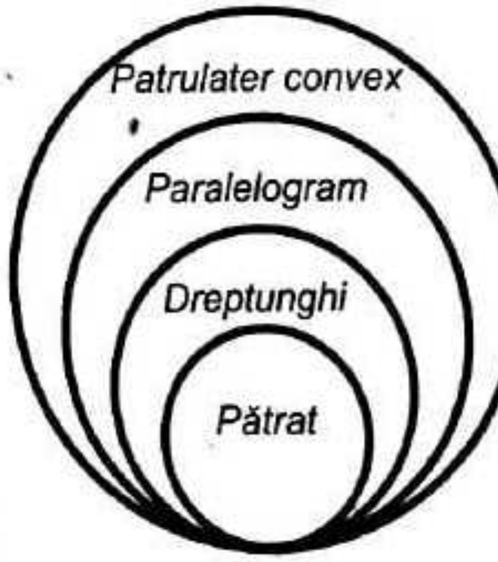
În cadrul unui asemenea raport, *A (număr natural și* respectiv *trandafir)*, ca **noțiune subordonată**, este **noțiune-specie**, iar *B* (*număr întreg* și respectiv *plantă*), ca **noțiune supraordonată**, este **noțiune gen**. Genul și specia sunt *noțiuni duale*, fapt ce reiese din compararea definițiilor:

Gen = noțiune care sub aspectul **sferei** cuprinde integral **specia**, iar sub cel al **conținutului** se cuprinde total **în conținutul speciei.**

Specie = noțiune care sub aspectul **conținutului** cuprinde integral **genul**, iar sub cel al **sferei** se cuprinde total în **sfera genului.**

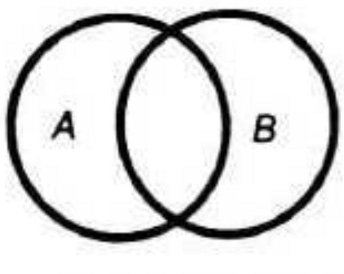
Pornind de la una din aceste definiții și schimbând între ei termenii corelativi, respectiv *gen-specie* și *conținut-sferă*, se obține automat cealaltă definiție.

Fiind dată o anumită noțiune generală, *pătrat*, să spunem, ea este *specie* față de o serie de alte noțiuni, *dreptunghi, paralelogram, patrulater, convex* etc., fiecare din acestea fiind un *gen* mai apropiat sau mai depărtat de specia inițială *(pătrat)*, după cum este mai puțin sau mult mai generală în raport cu această noțiune specie, după cum se poate observa și din schema alăturată. De reținut că noțiunile cu grad mare de generalitate sunt deseori numite „concepte" și că într-o serie ascendentă de noțiuni ca aceasta, datorită raportului de dualitate dintre conținut și sferă, extinderea sferei se manifestă printr-o restrângere a conținutului și invers.

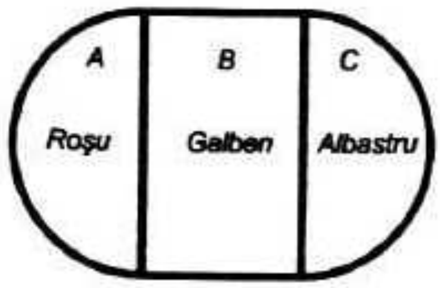


Genul cel mai apropiat de o anumită specie (de exemplu *dreptunghi* față de *pătrat* sau *paralelogram* față de *dreptunghi*) se numește „gen proxim", iar notele care formează conținutul său, purtând și ele aceeași denumire, constituie o parte esențială din definiția speciei. Cealaltă parte esențială din definiția speciei constă din notele existente în conținutul noțiunii specie și prin care

specia în cauză se deosebește atât de genul din care face parte, cât și de celelalte specii ale acestuia; ansamblul acestor note poartă numele de „diferență specifică".



(c) **Raport de încrucișare**. *Noțiunile A și B sunt în raport de încrucișare dacă și numai dacă ele coincid doar printr-o parte a sferei lor, fiecare deosebindu-se de cealaltă prin câte o altă parte a sferei sale.* Noțiuni ca *număr par* și *număr divizibil cu 5*, sau *elev* și *sportiv* sunt exemple de noțiuni aflate în raport de încrucișare.



Există două feluri de raporturi de opoziție:

(a) **Raport de contrarietate.** *Noțiunile A și B sunt contrare dacă și numai dacă oricare ar fi obiectul ales, acesta nu face parte, dar poate lipsi, în același timp, din sfera ambelor.* Noțiuni ca *fag* și *stejar* sau *cerc* și *pătrat* formează perechi distincte de noțiuni contrare.

Raportul de contrarietate dintre noțiuni este fundamentat de principiul noncontradicției și el există între speciile unui gen, dar numai dacă sunt îndeplinite următoarele condiții:

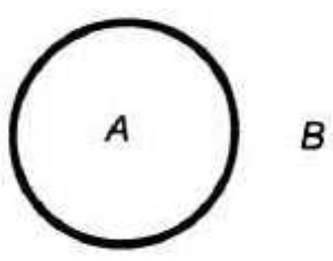
(1) Genul respectiv conține cel puțin trei specii;

(2) Nici una dintre aceste specii nu este nici gen și nici specie pentru oricare dintre celelalte.

Astfel, genul *culoare fundamentală* are trei specii, respectiv, *roșu, galben* și *albastru*; oricare două din aceste specii formează o pereche de noțiuni contrare: nici un obiect nu este în același timp, de pildă, și *roșu* și *galben*, dar poate să nu fie, în același timp, nici *roșu* și nici *galben*. De reținut că două noțiuni aflate în raport de contrarietate nu pot fi afirmate, dar pot fi negate în același timp, despre același subiect logic.

(b) **Raport de contradicție**. *Noțiunile A și B sunt contradictorii dacă și numai dacă oricare ar fi obiectul ales, acesta nici nu face parte, dar nici nu lipsește, în același timp, din sfera ambelor.* Noțiuni ca *număr par* și *număr impar*, sau *vertebrat* și *nevertebrat* formează perechi distincte de noțiuni contradictorii.

Raportul de contradicție dintre noțiuni este fundamentat, împreună, de principiile noncontradicției și terțului exclus și el există, fie între speciile (cu același nivel de generalitate) unui gen care nu are mai mult de două specii cu condiția ca nici una dintre acestea să nu fie nici gen și nici specie pentru cealaltă (cum este cazul cu *număr par* și *număr impar* față de noțiunea gen *număr natural* – în sens strict), fie între o anume noțiune A și tot ceea ce este în afara sferei sale. În aceste condiții $B = \sim A$ (non-A) și B este *complementara* noțiunii A. De reținut că două noțiuni aflate în raport de contradicție nu pot fi nici afirmate și nici negate în același timp despre același subiect logic.



Pe de o parte, raporturile dintre noțiuni fundamentează structura celor mai simple propoziții, *propozițiile categorice* (în a căror alcătuire intră numai două noțiuni), raporturile dintre aceste propoziții și inferențele în care sunt implicate exclusiv asemenea propoziții. De pildă, numai raportul de ordonare produce trei astfel de propoziții:

(1) Toți A sunt B

(2) Unii B sunt A

(3) Unii B nu sunt A

Pe de altă parte, raporturile dintre noţiuni reprezintă o parte necesară, nu singura însă, din fundamentarea logică a principalelor relaţii şi operaţii cu mulţimi. Se stabilesc astfel corespondenţe ca:

— raport de identitate-egalitate (echivalenţa) mulţimilor;
— raport de ordonare-incluziunea mulţimilor (în sens strict);
— raport de contradicţie-complementara unei mulţimi etc.

EXERCIŢII ŞI PROBLEME

1. Explicaţi principalele caracteristici ale noţiunii, în calitatea ei de formă logică elementară.

2. Arătaţi care este deosebirea între *cuvânt*, *nume* şi *termen*. Este posibil ca orice cuvânt să fie un *nume*? Apelaţi la exemple pentru a vă ilustra răspunsurile.

3. Să se facă o listă cu toate cuvintele şi grupurile de cuvinte ce apar în următoarele propoziţii şi care pot fi înţelese ca *nume simple* sau ca *nume complexe*:

(1) Elevii învaţă de la profesori.
(2) Vecinul nostru este tehnician dentar.
(3) Prietenii tăi sunt prietenii mei.
(4) Acest gard separă curtea de grădină.
(5) Stiloul lui Viorel este la fel cu cel al fratelui meu.
(6) Caietul de pe bancă aparţine colegului meu.

4. Definiţi elementele din structura noţiunii şi arătaţi ce raport există între aceste definiţii şi prin ce se explică el.

5. Să se analizeze *sfera* şi *conţinutul* noţiunilor *carte, şcoală, disciplină, cel mai bun elev din clasă, număr natural, triunghi* şi să se arate cum se condiţionează reciproc aceste elemente, în fiecare caz în parte.

6. Caracterizaţi noţiunile vide şi daţi exemple de astfel de noţiuni.

7. De câte feluri sunt noţiunile generale şi ce probleme se pun în legătură cu folosirea lor corectă?

8. Se dă inferenţa: „Lunile anului sunt 12, iar ianuarie este o lună a anului, prin urmare, ianuarie este 12." Să se explice în ce constă eroarea logică existentă în această inferenţă.

9. Arătaţi ce se înţelege prin noţiuni abstracte şi prin noţiuni concrete, comparativ, sub aspect logic şi sub aspect psihologic.

10. Să se arate în care din următoarele propoziţii cuvintele „luminozitate" şi „onestitate" exprimă o noţiune abstractă şi în care, o noţiune concretă:

(1) Mulţi poeţi au cântat luminozitatea nopţilor senine.
(2) Luminozitatea este o binefacere.
(3) Pe cei virtuoşi îi caracterizează o desăvârşită onestitate.
(4) Onestitatea este o calitate obligatorie a celui bine educat.

11. Clasificaţi noţiunile materializate de *numele* obţinute prin rezolvarea exerciţiului 3; să se clasifice aceste noţiuni după criteriile sferei şi conţinutului.

12. Se presupune că propoziţiile „Această carte aparţine lui Ion" şi „Ion este fratele meu" sunt adevărate. Putem deriva din ele, tot ca adevărată, propoziţia: „Această carte îmi aparţine mie?"

13. Precizaţi dacă sub aspect logic există vreo diferenţă de înţeles a pronumelui „tău" în propoziţiile:

(1) Stiloul tău este pe bancă.
(2) Unchiul tău a trecut pe la şcoală.

14. Prin ce se disting noţiunile *independente* de cele *corelative*, cele *independente* de cele *absolute* şi cele *corelative* de cele *relative*?

6. SILOGISMUL

6.1. CARACTERIZARE GENERALĂ

Deseori numit „silogism categoric", **silogismul este tipul fundamental de inferenţă deductivă mediată alcătuită din numai trei propoziţii categorice,** din care două sunt premise, iar a treia este concluzie. Denumirea de „inferenţă mediată" corespunde faptului că pentru justificarea concluziei se apelează la mai mult de o premisă, iar aceea de „silogism" i-a fost dată de către cel mai mare gânditor al antichităţii, Aristotel (384–322 î.e.n.), care a descoperit şi a analizat pe larg acest tip de raţionament şi care, ca autor al primului tratat de logică, intitulat *Organon*, este considerat fondatorul ştiinţei logicii.

Datorită rolului său deosebit în argumentare, silogismul i-a preocupat constant şi pe logicienii români contemporani – dintre care F. Ţuţugan (1908–1960), P. Botezatu (1911–1981) şi I. Didilescu (1906–1987) au adus contribuţii importante la dezvoltarea şi sistematizarea silogisticii clasice.

6.2. STRUCTURA SILOGISMULUI

În raţionamentul

Toate elementele transuranice sunt radioactive
Plutoniul este element transuranic
____
Plutoniul este radioactiv

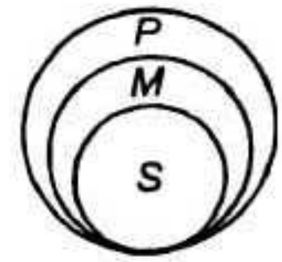
avem un exemplu de silogism, redat într-o formă de exprimare standard. Propoziţiile de deasupra liniei reprezintă premisele, iar propoziţia aşezată sub linie este concluzia.

În alcătuirea silogismului apar trei şi numai trei noţiuni, numite „termenii silogismului". Pentru a descoperi funcţiile acestor noţiuni, vom porni de la concluzie. Concluzia este o propoziţie universală afirmativă căreia îi corespunde formula **SaP**, în care S=*plutoniu*, iar **P**=*element radioactiv*. Subiectul concluziei, numit **„termen minor"**, reapare la nivelul premiselor; în exemplul de aici el apare tot ca subiect logic al celei de-a doua premise, motiv pentru care aceasta se numeşte **„premisă minoră"**. La rândul său, predicatul concluziei, numit **„termen major"**, reapare în cealaltă premisă (în exemplul nostru tot ca predicat logic), motiv pentru care această premisă se numeşte **„premisă majoră"**.

Din analiza premiselor, care în exemplul nostru sunt tot propoziţii universal afirmative, reiese că în afara termenilor minor şi major, care împreună sunt numiţi **„termeni extremi"**, în silogism apare şi o a treia noţiune, comună ambelor premise şi numită **„termen mediu"**, deoarece are funcţia de a pune în evidenţă (de a mijloci) raportul dintre termenii extremi, raport pe care concluzia silogismului îl redă explicit. Din acest motiv, termenul mediu, redat simbolic prin litera **„M"**, apare exclusiv la

nivelul premiselor. În exemplul nostru, **M**=***element transuranic*** apare ca subiect logic al premisei majore şi ca predicat al minorei. În aceste condiţii, *schema de inferenţă* din dreapta redă structura logică a silogismului analizat, iar reprezentarea grafică alăturată ei, construită după metoda Euler, redă explicit raportul dintre termenii acestui silogism. Din diagramă se poate observa că la nivelul acestui silogism regăsim un raport special între noţiuni, ***raportul gen-specie***.

MaP
SaM
———
SaP



6.3. FIGURI ŞI MODURI SILOGISTICE

Schema de inferenţă de mai sus nu corespunde oricărui exemplu de silogism. De fapt, silogismele cunosc o mare varietate şi ele pot fi clasificate după două criterii distincte, dar care se completează reciproc.

Primul dintre aceste criterii, **poziţia celor trei termeni ai silogismului în premise,** ne permite să deosebim patru scheme de inferenţă fundamentale, numite **figuri silogistice**; după cum reiese şi din schemele alăturate în care prima formulă corespunde premisei majore, cea de-a doua premisei minore, iar cea de-a treia (cu aceeaşi construcţie în toate cele patru figuri silogistice) corespunde concluziei. Dintre aceste patru figuri silogistice, prima a fost numită **figură perfectă,** pentru următoarele motive:

MP	**PM**	**MP**	**PM**
SM	**SM**	**MS**	**MS**
SP	**SP**	**SP**	**SP**
1	**2**	**3**	**4**

– este figura silogistică în care pot fi demonstrate, sub formă de concluzie, oricare dintre cele patru tipuri de propoziţii categorice;

– numai în această figură silogistică, termenul mediu este **gen** pentru termenul minor şi **specie** pentru termenul major, ceea ce face ca numai în această figură cei trei termeni să corespundă explicit rolului lor în silogism.

Cel de-al doilea criteriu, **calitatea şi cantitatea propoziţiilor categorice cu rol de premise şi de concluzie într-un silogism oarecare,** ne permite să diferenţiem câte 64 de variante de silogism numite **moduri silogistice** în fiecare figură silogistică luată separat. De pildă, schema de inferenţă la care s-a redus exemplul de silogism analizat, reprezintă un mod silogistic din figura întâi, care ar putea fi redat şi printr-o succesiune de simboluri de forma **aaa – 1,** unde cele trei litere „a" arată că în acest mod silogistic premisa majoră, premisa minoră şi concluzia sunt, toate, propoziţii universal afirmative, iar cifra **1** arată că acest mod silogistic face parte din prima figură silogistică; în acelaşi fel, formula **eio – 2** corespunde unui mod silogistic din cea de-a doua figură, a cărei schemă de inferenţă este redată în dreapta, iar formula **aii – 3** corespunde unui mod silogistic de figura a treia, redat explicit de schema de inferenţă ce urmează.

PeM
SiM
———
SoP

Numărul modurilor silogistice este mult mai mare decât cel al figurilor silogistice. Din moment ce în fiecare figură silogistică există 64 de moduri silogistice, înseamnă că în cele 4 figuri silogistice, luate împreună, există, în total, 256 de moduri silogistice, dar dintre acestea doar 24 sunt logic-corecte (valide) –, câte 6 în fiecare figură silogistică.

MaP
MiS
———
SiP

6.4 LEGILE GENERALE ALE SILOGISMULUI

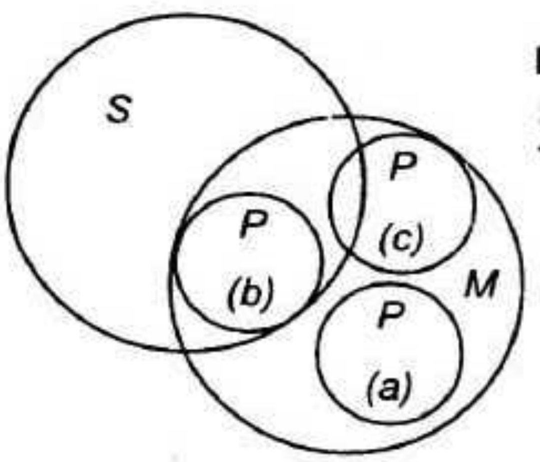
Pentru a putea selecta de la început cele 24 moduri silogistice valide se impune a explica mai întâi *legile generale ale silogismului*, adică acele legi logice care exprimă cerinţele *principiilor logice* pentru acest tip de inferenţă deductivă,

Primele trei legi generale ale silogismului se referă la *termeni*.

(1) **Într-un silogism valid există trei şi numai trei termeni.** Această lege este deosebit de importantă în cazul exemplelor de silogism şi nu al schemelor redate simbolic, unde existenţa a numai trei termeni este asigurată direct de respectarea definiţiei silogismului. Cu prilejul analizei noţiunilor s-a arătat că unul şi acelaşi cuvânt (grup de cuvinte) poate materializa mai mult de o singură noţiune, cum se întâmplă şi cu adjectivul „alb", în exemplul alăturat de silogism nevalid: în premisa majoră, cuvântul „alb" materializează un element al limbajului („o parte de vorbire"), iar în premisa minoră redă o *însuşire* care, prin alte obiecte, este caracteristică şi zăpezii. În acest fel, cuvântul „alb" redă în minoră o altă noţiune decât cea pe care a redat-o iniţial în majoră şi drept rezultat, în structura acestui exemplu de silogism apar patru termeni în loc de trei. Nerespectarea legii (1) înseamnă o încălcare a *principiului identităţii* şi astfel se explică de ce într-un astfel de caz inferenţa este nevalidă.

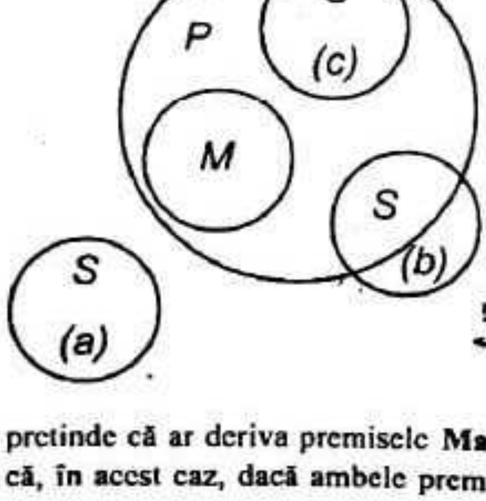
Albă este adjectiv
Zăpada este albă
Zăpada este adjectiv

(2) **În cel puţin una din premise, termenul mediu apare ca termen distribuit,** altfel spus, cel puţin una din premise trebuie să dezvăluie întreaga extensiune a lui **M.** *Demonstraţie:* Fie modul *ai? – 2* în care nu apare simbolul concluziei şi căruia îi corespunde schema de inferenţă din stânga, din care reiese că *M* apare ca nedistribuit în ambele premise, ca predicat de afirmativă. Alăturat schemei de inferenţă, avem reprezentarea grafică a premiselor, după metoda Euler. Reprezentând mai întâi premisa minoră, rezultă un raport de încrucişare între **S** şi **M.** Reprezentând apoi majora, rezultă un raport de ordonare între **P** şi **M.** Este însă evident că **P,** ca noţiune subordonată, poate ocupa în interiorul sferei lui **M** (noţiunea supraordonată) oricare din poziţiile (s), (b) sau (c). Presupunem că ambele premise sunt adevărate. Referitor la raportul dintre **S** şi **P** pe care trebuie să îl redea explicit concluzia, din reprezentarea grafică este clar că avem mai multe variante, din care să reţinem doar două: (i) **SeP** din poziţia (a) şi (ii) **SiP** din poziţia (b). Acum, dacă inferenţa este validă, din premise adevărate rezultă doar concluzii adevărate; între **SeP** şi **SiP** există însă un *raport de contradicţie* şi, deci, cel puţin una dintre ele este falsă. Prin urmare, atunci când termenul mediu apare ca nedistribuit în ambele premise, inferenţa este nevalidă, deoarece există cel puţin o situaţie în care din premise adevărate ar rezulta o concluzie falsă.



PaM
SiM
?

(3) **Nici unul din termenii extremi nu poate să apară ca distribuit în concluzie dacă nu a apărut ca distribuit şi în premisă.** Evident, legea (3) reia, în condiţiile silogismului, *legea distribuirii termenilor* din cazul conversiunii. *Demonstraţie: Cazul extensiunii nepermise a termenului major.* Fie modul **aee – 1**, căruia îi corespunde schema de inferenţă din stânga, din care se observă că **P** apare ca distribuit în concluzie (ca predicat de negativă), deşi în premisa majoră a apărut ca nedistribuit (ca predicat de afirmativă). Alăturat schemei de inferenţă, avem reprezentate după metoda Euler doar premisele modului dat, începând cu majora. Din reprezentarea minorei (raport de opoziţie între **S** şi **M**), este evident că pentru **S** este posibilă oricare din poziţiile (a), (b) sau (c). Din (a) rezultă **SeP**, concluzie despre care modul dat pretinde că ar deriva premisele **MaP** şi **SeM**; în acelaşi timp însă, din (b) rezultă şi **SiP**, ceea ce înseamnă că, în acest caz, dacă ambele premise sunt adevărate, avem cel puţin o situaţie în care din ele ar rezulta o



MaP
SeM
SeP

concluzie falsă și deci inferența dată este nevalidă. Pentru cazul extinderii nepermise a termenului minor, demonstrația este analoagă.

Următoarele trei legi generale ale silogismului se referă la *calitatea premiselor:*

(4) **Din premise afirmative rezultă concluzie afirmativă.** Ambele premise fiind afirmative, la nivelul lor, termenii extremi se află în raport de concordanță, punctul de coincidență dintre ei fiind termenul mediu. În aceste condiții, dacă concluzia ar fi negativă, ea ar exprima un raport de opoziție între termenii extremi. Conform *principiului noncontradicției* este, însă, imposibil ca **S** și **P** să fie, în același timp, și noțiuni concordante și noțiuni opuse: din moment ce premisele instituie un raport de concordanță între **S** și **P**, concluzia trebuie să exprime acest raport și, ca atare, nu poate fi decât afirmativă.

(5) **Cel puțin o premisă este afirmativă,** altfel spus, dacă ambele premise sunt negative, silogismul este nevalid. Să presupunem că ambele premise ar fi negative. În aceste condiții, majora ar reda un raport de opoziție între **P** și **M**, ceea ce înseamnă că **P** și **M** nu au nici un element comun. Minora fiind și ca tot negativă, înseamnă că **S** și **M**, la fel, nu au nici un element comun. Întrucât, în acest fel **M** este separat atât de **S**, cât și de **P**, el nu poate spune nimic despre tipul de raport dintre **S** și **P**, ceea ce înseamnă că premisele nu oferă o *rațiune suficientă* pentru concluzie și, deci, silogismul este nevalid.

(6) **Din premise calitativ diferite (una afirmativă și alta negativă) rezultă o concluzie negativă.** Premisa afirmativă exprimă un raport de concordanță între **M** și termenul extrem pe care îl conține. Cealaltă premisă fiind negativă, redă un raport de opoziție între **M** și celălalt termen extrem. În acest fel, premisele instituie un raport de opoziție între **S** și **P**, în sensul că acela din ei care intră în alcătuirea premisei negative este separat în totalitatea sferei sale de cel puțin orice element din porțiunea prin care celălalt extrem coincide cu termenul mediu. Pentru a respecta *principiul rațiunii suficiente* și pentru a nu încălca *principiul noncontradicției*, concluzia trebuie să exprime explicit acest raport de opoziție dintre **S** și **P** și, ca atare, ea este cu necesitate, negativă.

Ultimele două legi generale ale silogismului se referă la *cantitatea premiselor:*

(7) **Cel puțin o premisă este universală,** altfel spus, un silogism în care ambele premise ar fi particulare este nevalid. *Demonstrație:* Presupunem că ambele premise sunt particulare. Luând în considerație și calitatea premiselor, rezultă trei cazuri: (i) *Ambele premise sunt particular afirmative.* În acest caz, la nivelul premiselor, nici unul din cei trei termeni nu apare ca termen distribuit; de aici, **M** este nedistribuit și silogismul este nevalid prin încălcarea legii (2). (ii) *Una din premise este particular afirmativă, iar cealaltă este particular negativă.* În acest caz, conform legii (6) concluzia va fi negativă, iar la nivelul premiselor, unul singur din cei trei termeni apare ca distribuit (cel cu funcția de predicat în premisa negativă). Pentru a satisface cerințele legii (2), acest unic termen distribuit este chiar **M**. Dar, după cum s-a stabilit, concluzia este negativă și, drept urmare, **P** apare în concluzie ca termen distribuit și, deci, silogismul este nevalid prin încălcarea legii (3). (iii) *Ambele premise sunt particular negative.* Silogismul este nevalid prin încălcarea legii (5).

(8) **Din premise cantitativ diferite (una universală și alta particulară) rezultă o concluzie particulară.** *Demonstrație:* Cantitatea premiselor este specificată; luând în considerație și calitatea lor, rezultă trei cazuri: (i) *Ambele premise sunt afirmative.* În acest caz, la nivelul premiselor, unul singur din cei trei termeni apare ca termen distribuit și anume, cel cu funcția de subiect în premisa universală. Pentru a respecta legea (2) acest unic termen distribuit nu poate fi decât **M**, ceea ce înseamnă că, la nivelul premiselor, ambii extremi apar ca termeni nedistribuiți. Pentru a respecta și legea (3), **S** și **P** apar tot ca nedistribuiți și, în concluzie, deci, nu poate fi decât particular afirmativă. (ii) *Una din premise este afirmativă, iar cealaltă este negativă.* De această dată, în premise, din totalul de trei termeni, numai doi apar ca distribuiți: subiectul universalei și predicatul negativei. Pentru respectarea legii (2), unul din aceștia este obligatoriu **M**, iar pentru respectarea legii (3), cel de al doilea nu poate fi decât **P**, deoarece, prin legea (6), concluzia este negativă și îl conține pe **P** ca termen distribuit. Rezultă că singurul termen care apare ca nedistribuit la nivelul premiselor este **S**, adică cel care este subiect în concluzie; prin urmare, pentru a respecta legea (3), concluzia nu poate fi decât o particular negativă. (iii) *Ambele sunt negative.* Silogismul fiind nevalid, conform legii (5), acest caz iese din discuție.

6.5. MODURI SILOGISTICE VALIDE

Pentru a stabili cele 24 de moduri valide, ca și repartizarea lor pe cele patru figuri silogistice, câte 6 în fiecare figură, se procedează după cum urmează:

1) Pentru fiecare figură în parte, se determină condițiile speciale pe care ea trebuie să le îndeplinească pentru a fi asigurată respectarea tuturor legilor generale ale silogismului, fără excepție. Aceste condiții poartă numele de „legi speciale" ale respectivei figuri.

Fie, drept exemplu, prima figură, care îl conține pe **M** ca subiect al majorei și ca predicat al minorei. S-a arătat că atunci când lucrăm cu scheme formate, se presupune că legea (1) este respectată prin însăși definiția silogismului și, deci, vom considera mai întâi legea (2). Pentru ca în figura întâi **M** să apară ca termen distribuit în cel puțin una din premise, avem două și numai două variante: (i) *majora este universală*, sau cel puțin (ii) *minora este negativă*. Se pune întrebarea: în figura întâi, este posibilă oricare din aceste variante?

Se observă că varianta (ii) antrenează automat legea (6), în sensul că dacă minora este negativă, atunci concluzia este cu necesitate tot negativă. De aici, dacă respectarea legii (2) s-ar face în baza variantei (ii), **P** ar apărea în concluzie ca termen distribuit, și, pentru a nu fi încălcată legea (3), **P** trebuie să apară ca termen distribuit și în majoră. Dar, întrucât în majoră **P** are funcția de predicat, pentru a fi distribuit și aici, majora ar fi cu necesitate o propoziție negativă. Prin urmare, dacă în figura întâi minora este negativă, majora ar trebui să fie și ea tot negativă, fapt imposibil însă prin legea (5). Rezultă: *în figura întâi, minora este afirmativă, iar majora este universală*, deoarece numai astfel poate fi respectată legea (2).

(2) O dată stabilite *legile speciale* ale figurii, cu ajutorul lor se determină ce combinații de propoziții **A**, **E**, **I** și **O** pot apărea ca premise în figura respectivă. Astfel, dacă în figura întâi majora este universală, ea nu poate fi decât o propoziție **A** sau **E**, iar dacă minora este afirmativă, ea nu poate fi decât o propoziție **A** sau **I**. De aici, pentru premisele primei figuri nu putem avea decât următoarele patru combinații: (i) **aa**, (ii) **ea**, (iii) **ai** și (iv) **ei**.

(3) O dată stabilite combinațiile de premise admise de o figură, cu ajutorul legilor generale sunt determinate concluziile care rezultă din aceste premise. Pentru figura întâi, din combinația (i), conform legii (4), concluzia este cu necesitate o propoziție afirmativă, deci de tip **A** sau **I**; în cazul combinației (ii), conform legii (6), concluzia este cu necesitate o propoziție negativă, deci de tip **E** sau **O**; în cazul combinației (iii), conform legilor (4) și (8), concluzia este cu necesitate o particular afirmativă, deci o propoziție de tip **I**; în sfârșit, în cazul combinației (iv), conform legilor (6) și (8), concluzia este cu necesitate particular negativă, deci o propoziție de tip **O**. Rezumând, în figura întâi avem următoarele șase moduri valide: (1) **aaa-1**, (1') **aai-1**, (2) **eae-1**, (2') **eao-1**, (3) **aii-1** și (4) **eio-1**. Modurile (1') și (2') se numesc „subalterne", deoarece concluziile lor sunt subalternele concluziilor modurilor (1) și respectiv (2).

În cazul figurii a treia, procedura de determinare a modurilor valide suferă o modificare neesențială: la punctul (2), în loc de ambele premise, se stabilesc premisa minoră și concluzia și, drept urmare, la punctul (3) legile generale sunt folosite pentru stabilirea premisei majore.

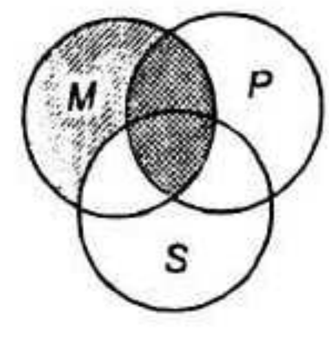
6.6. METODE DE PROBARE A VALIDITĂȚII SILOGISMELOR

Există mai multe metode pentu a stabili validitatea, respectiv nevaliditatea unui mod silogistic, printre cele mai simple fiind **metoda diagramelor Venn** și **metoda demonstrației prin reducere la absurd.** În cazul exemplelor de silogism, înainte însă de a trece la aplicarea unei asemenea metode, sunt obligatorii aducerea silogismului concret la forma de *exprimare standard* și, pe această bază, precizarea *schemei de inferență* și a *modului* care îi corespund. Astfel, argumentul silogistic după care *nici un număr divizibil cu 9 nu este prim pentru că toate numerele divizibile cu 18 sunt divizibile și cu 9, dar nici un număr prim nu este divizibil cu 18*, îi corespunde următoarea exprimare standard:

Nici un număr prim nu este divizibil cu 18	**PeM**
Toate numerele divizibile cu 18 sunt divizibile cu 9	**MaS**
Nici un număr divizibil cu 9 nu este număr prim	**SeP**

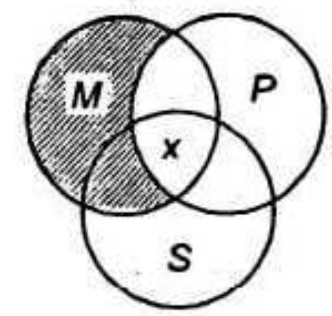
şi schema de inferenţă din stânga sa.

(1) **Metoda diagramelor Venn.** Pentru aplicarea acestei metode, se construieşte mai întâi o diagramă alcătuită din trei cercuri intersectate, fiecare cerc reprezentând unul din cei trei termeni ai silogismului. Pe această diagramă, sunt reprezentate grafic, în maniera cunoscută, *exclusiv premisele;* modul silogistic corespunzător este **valid dacă şi numai dacă prin reprezentarea grafică doar a premiselor a rezultat automat reprezentarea grafică a concluziei.** Conform diagramei alăturate, care este un exemplu de aplicare a metodei diagramelor Venn în cazul silogismului dat, reiese că din simpla reprezentare a premiselor acestui silogism nu a rezultat reprezentarea grafică a concluziei sale: fiind o propoziţie de forma **SeP**, concluziei îi corespunde, după metoda Venn, haşurarea totală a porţiunii de intersecţie a cercurilor **S** şi **P**. Prin urmare, diagrama dovedeşte că silogismul dat nu este valid (îi corespunde o schemă de inferenţă nevalidă, respectiv un mod nevalid de figura a patra).



Iată şi un exemplu de mod silogistic valid. Fie modul **aii-1**, căruia îi corespunde schema de inferenţă din dreapta, alături de care apare diagrama rezultată prin aplicarea metodei Venn. Din această diagramă se observă că, reprezentând exclusiv premisele modului dat, a rezultat automat reprezentarea concluziei sale: concluzia este o propoziţie de forma **SiP** căreia, după metoda Venn, îi corespunde un x plasat în porţiunea de intersecţie dintre **S** şi **P**. Se dovedeşte astfel că orice silogism care se reduce la modul **aii-1** este valid.

MaP
SiM
———
SiP



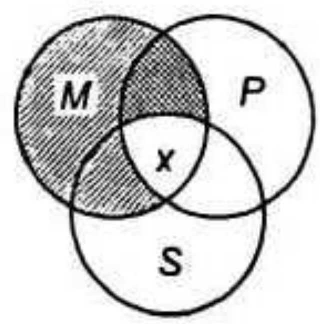
Pentru a nu întâmpina dificultăţi în aplicarea metodei diagramelor Venn, se va ţine seama de următoarele precizări:

(a) Pentru realizarea reprezentării grafice a unei premise, se iau în consideraţie numai cercurile care corespund noţiunilor prezente în structura acelei premise;

(b) Dacă una din premise este o propoziţie particulară, pentru a identifica porţiunea în care trebuie înscris semnul x, în aplicarea metodei diagramelor Venn, începem obligatoriu prin reprezentarea grafică a premisei universale;

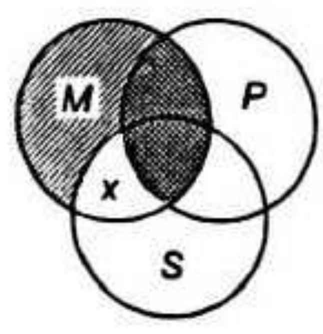
(c) În cazul silogismelor cu premise universale şi concluzie particulară, după ce am realizat reprezentarea grafică a ambelor premise şi înainte de a încerca să citim concluzia, ne uităm dacă unul din cercurile diagramei prezintă o singură porţiune nehaşurată, şi dacă da, atunci în acea porţiune se înscrie un x, ca semn că noţiunea reprezentată de cercul respectiv este nevidă.

MaP
MaS
———
SiP



Următoarele două diagrame, corespunzătoare schemelor de inferenţă alăturate fiecăruia, sunt exemple de utilizare a acestei precizări, în cazul modurilor **aai-3** şi **eao-4**. Din aceste exemple reiese că, fără respectarea precizării (c), în urma aplicării metodei diagramelor Venn, modurile valide cu premise universale şi concluzie particulară apar ca şi cum ar fi nevalide.

PeM
MaS
———
SoP



În limbajul natural, cuvântul *sau*, precum și expresiile *„sau..., sau...”*, *„ori..., ori...”*, *„fie..., fie...”* ne dau uneori o *disjuncție neexclusivă*, ca și propoziția *„Ion este bun la fizică, sau Ion este bun la matematică”*, iar alteori o *disjuncție exclusivă*, ca în exemplul *„Ion s-a prezentat sau nu s-a prezentat la concurs”*. Limbajul natural nu dispune de expresii specializate pentru fiecare tip de disjuncție. Aceste două operații logice, deși asemănătoare în anumite privințe, diferă totuși fundamental. În cele ce urmează, vom analiza doar disjuncția neexclusivă, pe care o vom numi simplu **disjuncție** și căreia îi corespunde matricea din stânga (când se va recurge și la disjuncția exclusivă, se va specifica despre ce fel de disjuncție este vorba). Din această matrice reiese că **o disjuncție este falsă dacă și numai dacă toate componentele sale sunt false; când cel puțin una din componente este adevărată, disjuncția este adevărată.**

p q	p ∨ q
1 1	1
1 0	1
0 1	1
0 0	0

Să notăm că între conjuncție și disjuncție există un astfel de raport, încât, pornind de la matricea și descrierea în cuvinte ale unuia dintre acești operatori și schimbând reciproc **1** cu **0**, respectiv *adevăr* cu *fals* obținem automat matricea și descrierea în cuvinte ale celuilalt operator. De aici reiese că disjuncția și conjuncția sunt **operatori duali.**

Implicația este redată în limbajul natural prin expresia *„dacă..., atunci...”* propoziția care urmează imediat după *„dacă”* se numește *antecedent*, iar propoziția care urmează imediat după *„atunci”* se numește *consecvent*. În exprimarea obișnuită, cuvântul *„atunci”* este, de regulă, omis și uneori ordinea celor două componente este inversată, folosindu-se expresia *„..., dacă...”*. Exprimând exclusiv o simplă succesiune, implicația se definește prin matricea din stânga, în care **p** apare drept *antecedent*, iar **q** drept *consecvent*. Din această matrice reiese că **o implicație este falsă numai dacă antecedentul ei este adevărat, iar consecventul ei este fals; în rest, implicația este adevărată.**

p q	p → q
1 1	1
1 0	0
0 1	1
0 0	1

În limbajul natural, echivalența este redată de expresiile *„...dacă și numai dacă...”*, *„dacă și numai dacă..., atunci...”*, *„... numai dacă...”*. Definiția echivalenței este redată de ultima matrice, din stânga din care reiese că **o echivalență este adevărată numai dacă cele două componente ale sale au aceeași valoare de adevăr; altfel echivalența este falsă.**

p q	p ≡ q
1 1	1
1 0	0
0 1	0
0 0	1

7.3. CLASIFICAREA FORMULELOR ÎN LOGICA PROPOZIȚIILOR COMPUSE

Dată fiind o propoziție compusă oarecare, structura sa poate fi redată printr-o formulă în care apar variabile propoziționale și operatori propoziționali. O primă clasificare a acestor formule poate fi făcută după operatorul care apare ultimul în construcția unei formule, numit *operator principal*. De exemplu, după operatorul principal, formula:

$$p \rightarrow [(\sim q \equiv r) \rightarrow p]$$

este o implicație, ordinea de construire a acestei formule fiind următoarea: (i) negarea variabilei **q**, (ii) legarea prin echivalență a formulei **~q** cu variabila **r**, (iii) legarea prin implicație a formulei **~q ≡ r** (luată ca antecedent) cu variabila **p**, (iv) legarea prin implicație a variabilei **p** (luată ca antecedent) cu formula **(~q ≡ r) → p**.

Mult mai importantă este însă clasificarea conform căreia formulele logicii propozițiilor compuse se împart în *legi logice, formule inconsistente* și *formule contingente*. Astfel, formulele care iau valoarea *adevărat* pentru orice combinație de valori

de adevăr ale variabilelor componente se numesc **legi logice**, cele care iau valoarea *fals* pentru orice combinaţie de valori de adevăr ale variabilelor componente se numesc **formule inconsistente**, iar acelea care iau valoarea *adevărat* numai pentru anumite combinaţii de valori de adevăr ale variabilelor componente şi valoarea *fals* pentru celelalte combinaţii de valori de adevăr ale acestor variabile se numesc **formule contingente.** Legile logice şi formulele contingente se numesc, împreună, *formule consistente* sau *realizabile*.

Metoda matricilor (tabelelor) de adevăr, folosită până acum pentru definirea operatorilor propoziţionali, poate fi extinsă pentru a stabili din ce categorie face parte o formulă mai complicată, întrucât ea permite calcularea valorii de adevăr a unei formule pentru fiecare combinaţie de valori de adevăr ale variabilelor componente. Să considerăm formula de mai sus şi, pentru început, să presupunem că **p=1, q=1** şi **r=0.** Înscriem aceste valori sub fiecare apariţie în formulă a celor trei variabile propoziţionale:

$$\mathbf{p \rightarrow [(\sim q \equiv r) \rightarrow p]}$$
$$\mathbf{1 \quad\quad 1 \quad 0 \quad\quad 1}$$

Conform definiţiilor operatorilor care apar aici, calculăm valorile formulelor mai simple care apar în alcătuirea formulei testate, în ordinea de constituire a acestei formule, înscriind fiecare valoare obţinută sub operatorul corespunzător:

$$\mathbf{p \rightarrow [(\sim q \equiv r) \rightarrow p]}$$
$$\mathbf{1 \; (1) \quad 0 \quad 1 \; 0 \quad 1 \; 1}$$

Rezultatul final, înscris sub operatorul principal, arată că formula testată are valoarea *adevărat*, atunci când variabilele componente iau valorile menţionate.

Ne interesează acum numărul total de combinaţii posibile de valori de adevăr ale variabilelor din formulă. În general, pentru o formulă cu **n** variabile distincte, acest număr este egal cu $\mathbf{2^n}$. În cazul formulei date, întrucât **n=3**, vom avea **8** combinaţii posibile ($\mathbf{2^3=8}$) şi deci, tabelul de adevăr al formulelor va avea **8** rânduri (linii). Pentru a ne asigura că în acest tabel avem toate combinaţiile posibile, fără repetiţii şi fără omisiuni, procedăm după cum urmează: înscriem sub variabila **p** (la fiecare din apariţiile sale) valoarea **1** pe primele patru rânduri şi valoarea **0** pe următoarele patru rânduri, apoi înscriem alternativ sub variabila **q** perechi de **1** şi perechi de **0**, iar sub variabila **r** înscriem alternativ **1** şi **0** până la epuizarea numărului de rânduri. Pasul următor constă în calcularea valorilor de adevăr ale formulelor mai simple aflate în componenta formulei date pe fiecare rând în parte, aşa cum am procedat pentru combinaţia examinată separat mai sus. Obţinem în acest fel următorul tabel de adevăr:

p	→	[(~	q	≡	r)	→	p]
1	1	0	1	0	1	1	1
1	1	0	1	1	0	1	1
1	1	1	0	1	1	1	1
1	1	1	0	0	0	1	1
0	1	0	1	0	1	1	0
0	1	0	1	1	0	0	0
0	1	1	0	1	1	0	0
0	1	1	0	0	0	1	0

Coloana de valori de sub operatorul principal arată că formula testată este o **lege logică**, întrucât are valoarea *adevărat* pentru orice combinaţii de valori de adevăr ale variabilelor componente.

Să considerăm încă două exemple:

p	&	q	≡	~	p	V	~	q
1	1	1	0	0	1	0	0	1
1	0	0	0	0	1	1	1	0
0	0	1	0	1	0	1	0	1
0	0	0	0	1	0	1	1	0

$(p \& q) \equiv (\sim p \vee \sim q)$

p	→	q	&	q
1	1	1	1	1
1	0	0	0	0
0	1	1	1	1
0	1	0	0	0

$(p \rightarrow q) \& q$

Aceste tabele arată că formula din stânga este **inconsistentă,** în timp ce formula din dreapta este *contingentă*.

Să notăm că implicațiile și echivalențele care sunt legi logice se numesc **implicații logice** și respectiv, **echivalențe logice.**

7.4. PROPRIETĂȚILE PRINCIPALILOR OPERATORI PROPOZIȚIONALI

Proprietățile unui operator propozițional sunt exprimate de anumite legi logice în care apare acel operator.

Următoarele trei legi ale logicii bivalente (care se bazează pe numai două valori de adevăr: *adevărat* și *fals*) a propozițiilor compuse redau proprietățile operatorului *negație*:

(1) $\sim(p \& \sim p)$

(2) $p \vee \sim p$

(3) $\sim\sim p \equiv p$

Formula (1), numită și *legea necontradicției,* arată că o propoziție și negația sa nu pot fi împreună adevărate. Conform formulei (2), numită și *legea terțului exclus,* este adevărată fie o propoziție, fie negația sa, a treia posibilitate fiind exclusă. Întrucât posibilitatea ca o propoziție și negația sa să ia o a treia valoare în raport cu *adevărul* și *falsul* este exclusă de *principiul bivalenței,* iar posibilitatea ca o propoziție și negația sa să fie împreună adevărate este exclusă de *legea necontradicției,* formula (2) arată că o propoziție și negația sa nu pot fi împreună false. Formula (3), numită *legea dublei negații,* arată că dubla negație este echivalentă logic cu o afirmație.

Proprietățile conjuncției sunt redate de următoarele legi logice:

(4) $(p \& p) \equiv p$

(5) $(p \& q) \equiv (q \& p)$

(6) $[(p \& q) \& r] \equiv [p \& (q \& r)]$

(7) $(p \& q) \rightarrow p$ sau $(p \& q) \rightarrow q$

Conform formulei (4), *conjuncția este idempotentă,* ceea ce înseamnă că apariția repetată a unei variabile propoziționale într-o conjuncție nu are nici o importanță. Conform formulei (5), *conjuncția este comutativă,* ceea ce înseamnă că ordinea termenilor conjuncției este indiferentă. Formula (6) exprimă *asociativitatea conjuncției,* proprietate după care gruparea termenilor conjuncției este, de asemenea, indiferentă. Formulele (7) exprimă *contragerea conjuncției,* proprietate după care o conjuncție implică pe oricare dintre termenii săi.

Până la un punct, disjuncția are aceleași proprietăți ca și conjuncția. Legile logice:

(8) $(p \vee p) \equiv p$

(9) $(p \vee q) \equiv (q \vee p)$

(10) $[(p \vee q) \vee r] \equiv (p \vee (q \vee r)]$

(11) $p \rightarrow (p \vee q)$ sau $q \rightarrow (p \vee q)$

redau, în ordine, *idempotența, comutativitatea, asociativitatea* și *extinderea disjuncției.* Extinderea disjuncției arată că o disjuncție este implicată de oricare din termenii săi, proprietate inversă față de contragerea conjuncției.

Proprietățile implicației, și anume *reflexivitatea* (orice formulă se implică pe sine), *tranzitivitatea* (dacă o formulă implică o altă formulă care, la rândul ei, implică o a treia formulă, atunci prima formulă o implică pe a treia) și *transpoziția (contrapoziția) implicației* (dacă și numai dacă o formulă implică o altă formulă, atunci negația celei de a doua implică negația primei formule) sunt redate, în această ordine, de următoarele legi logice:

(12) $p \rightarrow p$

(13) $[(p \rightarrow q) \& (q \rightarrow r)] \rightarrow (p \rightarrow r)$

(14) $(p \rightarrow q) \equiv (\sim q \rightarrow \sim p)$

Conform următoarelor legi logice, implicația poate fi „tradusă" prin disjuncție și negație sau prin conjuncție și negație:

(15) $(p \rightarrow q) \equiv (\sim p \vee q)$ **(16)** $(p \rightarrow q) \equiv \sim(p \& \sim q)$

Legile logice:

(17) $p \equiv p$

(18) $(p \equiv q) \equiv (q \equiv p)$

(19) $[(p \equiv q) \& (q \equiv r)] \rightarrow (p \equiv r)$

(20) $(p \equiv q) \equiv (\sim q \equiv \sim p)$

redau proprietățile echivalenței, după cum urmează: (a) formulele (17), (19) și (20) exprimă, în această ordine *reflexivitatea, tranzitivitatea* și *transpoziția (contrapoziția) echivalenței;* (b) formula (18) exprimă *simetria echivalenței,* proprietate după care ordinea termenilor echivalenței este indiferentă. În matematică, unde nu se face o distincție completă între echivalență, congruență, asemănare etc., orice relație care are proprietățile de reflexivitate, simetrie și tranzitivitate este considerată un exemplu de *relație de echivalență* și este tratată ca atare. Raportul dintre echivalență și implicație este redat de legea logică:

$$(21)\ (p \equiv q) \equiv [(p \rightarrow q) \& (q \rightarrow p)]$$

Conform acestei formule, echivalența poate fi înțeleasă ca *implicație reciprocă.*

7.5. RAPORTUL DINTRE CONJUNCȚIE ȘI DISJUNCȚIE

Am arătat că disjuncția și conjuncția sunt *operatori duali.* Existența raportului de dualitate dintre conjuncție și disjuncție explică de ce acești operatori au unele proprietăți comune și de ce extinderea disjuncției este tocmai inversă contragerii conjuncției.

Raportul de dualitate dintre acești operatori permite totodată transformarea unuia din ei în celălalt. După cum am văzut, schimbând reciproc pe **1** cu **0** în matricea unui operator, obținem automat matricea celuilalt operator. Întrucât negația are exact rolul de a schimba reciproc pe **1** cu **0**, legile logice (22)–(25) care marchează aplicarea negației pentru a inversa valoarea logică a fiecărei variabile propoziționale și totodată pe cea a întregii formule, indică modul de transformare a unui operator în celălalt: *se schimbă semnul întregii formule și semnul fiecărei variabile propoziționale.*

(22) $(p \& q) \equiv \sim(\sim p \vee \sim q)$

(23) $(p \vee q) \equiv \sim(\sim p \& \sim q)$

(24) $\sim(p \& q) \equiv (\sim p \vee \sim q)$

(25) $\sim(p \vee q) \equiv (\sim p \& \sim q)$

Cunoscute încă din Evul Mediu de către William Ockham (c.1285–1349), aceste formule poartă numele lui Augustus De Morgan (1806–1878), care le-a redescoperit și care, alături de George Boole (1815–1864) și Gottlob Frege (1848–1925), este unul dintre fondatorii logicii moderne. Legile lui De Morgan au o însemnătate deosebită nu numai în logică, ci și în teoria mulțimilor și în alte ramuri ale matematicii.

Dacă Homer spune adevărul despre zei, atunci eroii erau fii ai zeilor şi, în plus, eroii ar fi comis multe fapte condamnabile. Dar eroii nu erau fii ai zeilor şi ei nu au comis fapte condamnabile, de unde urmează că Homer nu a spus adevărul despre zei.

Acestui argument îi corespunde schema de inferenţă alăturată, din care reiese că el conţine ca premise o implicaţie al cărei consecvent este, la rândul său, o propoziţie compusă şi o conjuncţie de propoziţii negate, concluzia sa fiind o propoziţie negată.

$$\frac{\begin{array}{l} A \rightarrow (B \,\&\, C) \\ \sim B \,\&\, \sim C \end{array}}{\sim A}$$

7.8. METODE DE PROBARE A VALIDITĂŢII INFERENŢELOR CU PROPOZIŢII COMPUSE

Există mai multe metode generale de probare a validităţii (corectitudinii logice a) inferenţelor cu propoziţii compuse, printre cele mai simple fiind *metoda matriceală* şi *metoda tabelelor de adevăr parţiale*. Înainte de a trece la aplicarea unei asemenea metode, premisele şi concluzia inferenţei considerate se redau prin formule adecvate, folosind variabile propoziţionale, operatori propoziţionali şi *respectând strict principiul identităţii în introducerea variabilelor propoziţionale*.

(a) Metoda matriceală. Această metodă se bazează pe faptul că, prin definiţie, este imposibil ca premisele unei inferenţe valide să fie adevărate şi concluzia sa să fie falsă. Pentru aplicarea metodei matriceale, se construieşte un tabel de adevăr pentru formulele premiselor şi concluziei, folosind o bară simplă pentru a despărţi între ele formulele premiselor şi o bară dublă pentru a despărţi formulele premiselor de formula concluziei. Tabelul va avea, cum s-a precizat deja, 2^n rânduri (linii), **n** fiind numărul de variabile propoziţionale distincte care apar în formulele respective. După calcularea valorilor de adevăr ale formulelor corespunzătoare premiselor şi concluziei, se inspectează rândurile (liniile) tabelului. **Inferenţa testată este validă numai dacă nu există nici un rând (nici o linie) pe care toate formulele premiselor au valoarea 1, iar formula concluziei are valoarea 0; dacă există cel puţin un rând (o linie) de acest fel, inferenţa este nevalidă.**

Tabelul următor ilustrează aplicarea acestei metode la testarea validităţii argumentului folosit de Platon pentru a dovedi că Homer nu spune adevărul despre zei:

p	→	(q	&	r)	~	q	&	~	r	~	p
1	1	1	1	1	0	1	0	0	1	0	1
1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1
1	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	1
1	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	1
0	1	1	1	1	0	1	0	0	1	1	0
0	1	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0
0	1	0	0	1	1	0	0	0	1	1	0
0	1	0	0	0	1	0	1	1	0	1	0

Inspectând acest tabel, observăm că nu există nici o linie (nici un rând) pe care formulele premiselor au valoarea **1** şi formula concluziei are valoarea **0** (pe ultima linie, pe care formulele premiselor au valoarea **1**, formula concluziei are, de asemenea, valoarea **1**). Prin urmare, argumentul lui Platon este valid.

Fie următoarele două exemple:

p	→	q	I	~	p	II	~	q
1	1	1		0	1		0	1
1	0	0		0	1		1	0
0	1	1		1	0		0	1
0	1	0		1	0		1	0

~	(p	→	q)	I	q	II	p
0	1	1	1		1		1
1	1	0	0		0		1
0	0	1	1		1		0
0	0	1	0		0		0

Inferența redată simbolic în exemplul din stânga este nevalidă, întrucât pe linia (rândul) 3 formulele premiselor au valoarea **1**, iar formula concluziei are valoarea **0**. În cazul exemplului din dreapta, nu există nici o linie pe care formulele celor două premise au ambele valoarea **1** și formula concluziei (în logica propozițiilor compuse, variabilele propoziționale pot fi considerate „formule atomice", adică, de maximă simplitate) ia valoarea **0**, deci inferența respectivă este validă.

(b) Metoda tabelelor de adevăr parțiale. Metoda matricilor este greu de aplicat în cazul argumentelor care conțin un număr mare de propoziții simple, deoarece în asemenea cazuri, formulele corespunzătoare vor conține același număr de variabile propoziționale distincte. De exemplu, pentru un argument în care apar cinci propoziții simple diferite, vom avea o formulă cu cinci variabile propoziționale distincte pentru a cărei testare prin metoda matricilor ar fi necesar un tabel de adevăr cu 32 de rânduri ($2^5=32$). Metoda tabelelor de adevăr parțiale permite testarea validității argumentelor pe o cale mai simplă. Această metodă se bazează tot pe faptul că este imposibil ca premisele unei inferențe valide să fie adevărate, iar concluzia sa să fie falsă și reprezintă o variantă de demonstrație prin reducere la absurd.

Pentru a aplica metoda tabelelor de adevăr parțiale în analiza validității unui argument, *începem prin a presupune că argumentul respectiv nu este valid,* ceea ce înseamnă că există cel puțin o linie (un rând) pe care toate formulele premiselor iau valoarea **1**, iar formula concluziei ia valoarea **0**. Să considerăm argumentul lui Platon, analizat mai sus. Presupunând că acest argument nu este valid, înscriem valoarea **1** sub operatorii principali ai formulelor care redau premisele și valoarea **0** sub operatorul principal al formulei care redă concluzia:

p	→	(q	&	r)	I	~	q	&	~	r	II	~	p
	1							1				0	

Conform definițiilor negației și conjuncției, determinăm valorile de adevăr pentru **p**, **q** și **r**:

p	→	(q	&	r)	I	~	q	&	~	r	II	~	p
	1					1	0	1	1	0		0	1

Respectând strict principiul identității, înscriem valorile astfel obținute sub aparițiile celor trei variabile din formula primei premise, după care calculăm valoarea de adevăr a conjuncției ce are rolul de consecvent în această formulă:

p	→	(q	&	r)	I	~	q	&	~	r	II	~	p
1	1	0	0	0		1	0	1	1	0		0	1

Întrucât am obținut o contradicție – o implicație adevărată cu antecedent adevărat și consecvent fals – rezultă că este imposibil ca premisele acestui argument să fie adevărate, iar concluzia sa să fie falsă, deci argumentul testat este valid (logic-corect).

Aplicând această metodă la cel de al doilea exemplu prezentat mai sus, obținem următorul tabel de adevăr parțial:

p	→	q	I	~	p	II	~	q
0	1	1		1	0		0	1

Tabelul arată că pentru **p = 0** şi **q =1**, formulele premiselor iau ambele valoarea **1**, iar formula concluziei ia valoarea **0**, deci inferenţa respectivă este nevalidă. De notat că acest tabel parţial reproduce exact rândul (linia) 3 din tabelul complet al acestei inferenţe.

Ocazional, construirea unui tabel parţial pentru testarea unui argument necesită mai mult de o singură linie. Fie următorul exemplu:

(~p → q) → ~(p & q) I	**p & q II**	**~p & ~q**
1	1	1 0 0
1	1	0 0 1
1	1	0 0 0

Întrucât formula concluziei este o conjuncţie, trebuie să luăm în considerare toate cele trei situaţii în care o conjuncţie poate fi falsă. Aplicând mai departe metoda tabelelor parţiale, obţinem următorul rezultat:

(~p → q) → ~(p & q) I	**p & q II**	**~p & ~q**
1	(0 1 1)	1 0 0 0 1
1	(1 1 0)	0 1 0 1 0
0 1 (1 1 1 0) 1 1 1	1	0 1 0 0 1

Deoarece am obţinut o contradicţie *pe fiecare linie (rând)*, rezultă că argumentul testat, redat aici direct în simboluri, este valid. Într-o asemenea situaţie, dacă pe cel puţin o linie nu s-ar obţine o contradicţie, argumentul în cauză ar fi nevalid, pentru că ar exista cel puţin un caz în care premisele sale sunt adevărate şi concluzia sa este falsă. Să remarcăm că în privinţa acestui exemplu nu a fost necesară completarea fiecărui rând pentru a obţine o contradicţie.

EXERCIŢII ŞI PROBLEME

1. Arătaţi care sunt deosebirile dintre propoziţiile categorice şi cele compuse.

2. Caracterizaţi funcţiile de adevăr, arătaţi care este structura lor şi prin ce se deosebesc ele de propoziţiile compuse.

3. Arătaţi ce se înţelege prin funcţii de adevăr, (formule) *valide, contingente* şi *inconsistente*. Se vor oferi exemple pentru fiecare în parte.

4. Construiţi formule corespunzătoare pentru următoarele propoziţii concrete: (1) Autocarul din faţa cabanei era albastru, dar nu avea număr de Bucureşti; (2) Dacă vine directorul şcolii, adunarea va avea loc; (3) Adunarea va avea loc numai dacă vine directorul şcolii; (4) Totdeauna când ninge, copiii se bucură nespus de mult; (5) Când nu munceşti suficient nu iei note bune; (6) Dacă nu este adevărat că cei mai mulţi elevi nu au fost anunţaţi sau că au fost ocupaţi cu altceva, nu se explică de ce au lipsit atât de mulţi elevi încât concursul nu s-a putut ţine; (7) Nu este adevărat că dacă nu va câştiga campionatul, echipa de handbal se va desfiinţa; (8) Este un elev cuminte, dar nu învaţă prea bine.

5. Să se explice raportul existent între *inferenţă* şi *implicaţie*.

6. Folosind exclusiv proprietăţile operatorilor ce apar în alcătuirea sa, dovediţi că formula $(p \& q) \rightarrow (p \vee q)$ este o implicaţie logică.

7. Pentru fiecare din următoarele propoziţii, indicaţi alte trei propoziţii echivalente logic: (1) Fără muncă serioasă nu există lucru bine făcut; (2) Sau A nu este B, sau C nu este D; (3) Dacă se perfecţionează tehnologiile de producţie şi creşte gradul de utilizare a maşinilor, atunci creşte eficienţa economică; (4) Fie că acest copil a fost rău educat, fie că el este un deficient; (5) Nu poţi fi un elev temeinic pregătit atunci când ai rezultate bune la o singură disciplină; (6) Dacă cresc cheltuielile de producţie, scad beneficiile întreprinderii; (7) Dacă pleci la drum cu certitudini absolute, vei sfârşi drumul cu îndoieli; (8) Dacă nu mergem la Predeal, mergem totuşi la munte; (9) Când munceşti temeinic şi eşti disciplinat, rezultatele bune nu întârzie; (10) Sau mergem la spectacol, sau nu ne vizităm prietenii; (11) Ion n-are rezultate bune nici la sport şi nici la muzică; (12) A fi elev bun este incompatibil cu a fi indisciplinat.

8. Exprimați enunțurile de mai jos prin formule adecvate și folosind procedurile de simplificare ale logicii propozițiilor compuse, construiți în fiecare caz alte două formule care să se afle în raport de contradicție cu formulele inițiale. Retraduceți apoi în cuvinte formulele astfel obținute și pe baza lor discutați valoarea de adevăr a enunțurilor date:

(1) Omul s-a născut liber, dar peste tot el este în lanțuri. (J. J. Rousseau)

(2) Când călătorești prea mult, devii străin în propria-ți țară. (R. Descartes)

9. Fiecare din formulele care reprezintă implicația și echivalența să fie transcrisă (a) prin conjuncție și negație, (b) prin disjuncție și negație, iar cele care exprimă proprietățile acestor operatori propoziționali să fie transcrise și prin conjuncție, disjuncție și negație și să se indice în fiecare caz forma de transcriere cea mai simplă..

10. Folosind metoda matricelor, clasificați următoarele formule în legi logice, formule contingente sau formule inconsistente:

(1) $p \equiv \sim q$

(2) $(p \,\&\, q) \rightarrow \sim p$

(3) $[p \,\&\, q) \rightarrow r] \equiv (p \vee \sim r)$

(4) $[(p \,W\, q) \vee r] \rightarrow [(\sim r \,\&\, q) \rightarrow \sim p]$

(5) $p \rightarrow (\sim q \vee p)$

(6) $q \rightarrow (p \rightarrow q)$

(7) $[(p \rightarrow q) \,\&\, (\sim r \rightarrow q)] \rightarrow (\sim p \rightarrow r)$

(8) $(p \vee p) \rightarrow p$

(9) $[p \vee (p \vee r)] \rightarrow (\sim p \,\&\, q)$

(10) $(p \vee \sim q) \rightarrow q$

(11) $[p \vee (\sim q \,\&\, r)] \rightarrow (\sim p \vee q)$

(12) $\{[(\sim p \,\&\, q) \,\&\, \sim r] \,W\, (p \,\&\, \sim r)\} \rightarrow (\sim r \rightarrow \sim q)$

(13) $[(q \,\&\, r) \rightarrow p] \equiv (q \rightarrow p) \,\&\, (r \rightarrow p)]$

(14) $(p \rightarrow q) \rightarrow (q \rightarrow p)$

(15) $[p \rightarrow (q \vee r)] \rightarrow [(\sim r \equiv p) \vee q]$

11. Dovediți cu ajutorul metodei matriceale că formulele care redau proprietățile operatorilor logici, legile lui De Morgan și legile de distributivitate sunt legi logice.

12. Folosind metoda matricială arătați care din formulele care alcătuiesc următoarele perechi sunt echivalente logic:

(1) $\sim p \,\&\, \sim q$ și $\sim p \,\&\, \sim q$

(2) $\sim(\sim p \,\&\, \sim q)$ și $\sim(p \vee q)$

(3) $(p \rightarrow q)$ și $\sim(q \,\&\, p)$

(4) $(q \vee p)$ și $(q \rightarrow p)$,

(5) $(\sim p \rightarrow q)$ și $(p \vee q)$

(6) $(p \rightarrow q)$ și $p \rightarrow (p \,\&\, q)$

13. Arătați cu ajutorul metodei deciziei prescurtate care din următoarele formule sunt legi logice; în cazul celor care nu sunt legi logice arătați care din ele sunt contingente și care sunt inconsistente.

(1) $[(p \,\&\, q) \rightarrow \sim r] \rightarrow [(r \vee p) \rightarrow (\sim q \rightarrow r)]$

(2) $[p \rightarrow (\sim q \equiv r)] \equiv [q \rightarrow (p \,\&\, \sim r)]$

(3) $p \rightarrow (q \,\&\, r)$

(4) $[p \rightarrow (q \vee r)] \rightarrow [(p \vee \sim q) \,\&\, (p \rightarrow r)]$

(5) $(p \rightarrow q) \rightarrow \{[(q \rightarrow \sim p) \rightarrow r] \equiv (\sim r \rightarrow \sim q)\}$

(6) $(p \rightarrow \sim q) \rightarrow (\sim p \vee q)$

(7) $[r \rightarrow (s \vee \sim q)] \equiv [(\sim p \vee r) \rightarrow (s \rightarrow r)]$

(8) $[\sim q \rightarrow (\sim p \vee r)] \equiv [(r \rightarrow q) \rightarrow p]$

(9) $[(p \,\&\, q) \,\&\, (\sim r \vee s)] \rightarrow [(\sim s \vee q) \equiv (r \rightarrow p)]$

(10) $[p \equiv (q \equiv r)] \rightarrow [(p \,\&\, q) \equiv r]$

14. Determinați care din formulele de mai jos este logic-echivalentă cu formula $(p \,\&\, q) \rightarrow r$ și care cu formula $(p \vee q) \rightarrow r$.

(1) $p \rightarrow (q \rightarrow r)$

(2) $q \rightarrow (p \rightarrow r)$

(3) $(p \rightarrow r) \,\&\, (q \rightarrow r)$

(4) $(p \rightarrow r) \vee (q \rightarrow r)$

15. Stabiliți care din formulele de mai jos sunt logic-echivalente:

(1) $p \rightarrow q$

(2) $\sim p \rightarrow \sim q$

(3) $\sim p \rightarrow q$

(4) $q \rightarrow p$

(5) $\sim q \rightarrow \sim p$

(6) $\sim q \rightarrow p$

16. Determinați care din formulele de mai jos implică logic pe **q** și care pe **p**:

(1) $p \,\&\, (p \rightarrow q)$

(2) $\sim q \,\&\, (p \rightarrow q)$

(3) $p \,\&\, (\sim p \rightarrow q)$

(4) $p \rightarrow (q \,\&\, \sim q)$

(5) $q \,\&\, (p \rightarrow \sim q)$

17. Să se stabilească dacă următoarele argumente sunt, sau nu, valide:

(1) Sandu l-a crezut pe Ion și nu pe Radu, sau l-a crezut pe Radu și s-a îndoit de Tudor. Dar dacă Sandu l-a crezut pe Ion, atunci el nu l-a crezut pe Dan și, deoarece nu este adevărat că Sandu l-a crezut pe Dan, rezultă că Sandu l-a crezut pe Radu.

(2) Explicația cosmogonică religioasă susține că Soarele n-a fost creat până în cea de a patra zi. Soarele este însă cauza existenței distincte a zilelor, ca și a succesiunii lor și, deci, în absența Soarelui, atât existența distinctă a primelor trei zile, cât și succesiunea lor, sunt ambele imposibile. Prin urmare, explicația cosmogonică religioasă este falsă.

(3) Cine susține că nu există nici o regulă fără cel puțin o excepție se contrazice singur, pentru că, în acest caz, chiar ceea ce el însuși susține trebuie să aibă cel puțin o excepție.

(4) Dacă echipa de baschet a plecat cu autobuzul de 8,30 sau cu trenul de 9,50, ea a ajuns la timp la meci, numai cu condiția ca ora de începere a meciului să nu fi fost devansată. Echipa de baschet n-a plecat cu autobuzul de 8,30 și n-a ajuns la timp la meci. Prin urmare, sau echipa de baschet n-a plecat nici cu trenul de 9,50, sau ora de începere a meciului a fost devansată.

(5) Dacă unchiul tău este un bun profesor de matematică, nu vei ezita să-i ceri ajutorul pentru a rezolva această dificilă problemă de algebră. Întrucât tu nu eziți să-i ceri ajutorul, conchid că unchiul tău este un bun profesor de matematică.

(6) Dacă Ion ori Sandu câștigă concursul de selecție, atunci prestigiul clubului școlar va fi salvat, iar orașul nostru va fi cu siguranță reprezentat la campionatul mondial de natație. Prin urmare, sau Ion nu câștigă concursul de selecție, sau prestigiul clubului școlar va fi salvat.

(7) Generozitatea și umanismul trebuie să fie sau incompatibile, sau inseparabile. Cu toate acestea, afecțiunea pe care o presupune familia și umanismul sunt compatibile, sau ele pot exista una fără cealaltă. De aici rezultă că afecțiunea pe care o presupune familia poate exista și fără generozitate.

(8) Tudor a venit la Sibiu fie prin Pitești, fie prin Brașov. Dacă el a venit prin Pitești, atunci a vizitat uzina de autoturisme „Dacia", iar dacă el a venit prin Brașov, atunci el a vizitat uzina de autocamioane din această localitate. Dar Tudor n-a vizitat uzina de autoturisme „Dacia", prin urmare el a vizitat uzina de autocamioane.

18. Într-o după-amiază de iarnă patru băieți se jucau cu mingea în curtea școlii. La un moment dat mingea a spart geamul unei clase și cei patru au rupt-o la fugă, nu înainte însă ca elevul de serviciu să-și dea seama cine erau cei patru. A doua zi, chemați separat, ei au făcut următoarele declarații în fața clasei:

Andrei = Tudor a spart geamul.
Tudor = Cel care a spart geamul a fost Călin.
Dan = Nu am spart eu geamul.
Călin = Cine spune că eu am spart geamul minte.

Se cere să se afle cine a spart geamul, pentru fiecare din condițiile:

(a) Una singură din declarații este adevărată;

(b) Una singură din declarații este falsă.

categorice au o serie de particularități care dispar prin traducerea lor în limbajul logicii predicatelor. Ca urmare, nu tot ce este valabil despre propozițiile categorice rămâne valabil și despre formulele corespunzătoare din logica predicatelor. Cu toate acestea formulele menționate permit o traducere satisfăcătoare pentru a putea folosi metodele logicii predicatelor la verificarea validității inferențelor cu propoziții categorice, fapt deloc neglijabil, deoarece în cazul unora din aceste inferențe, cum ar fi polisilogismele, aplicarea metodei diagramelor Venn sau a reducerii la absurd este mai dificilă. Pe de altă parte, pe baza formulelor (10)–(13), propozițiile complexe formulate în limbajul natural se traduc în limbajul logicii predicatelor conform regulii: *cuantorul universal cere implicația iar cuantorul existențial cere conjuncția*.

Fie propoziția complexă **orice număr natural este divizibil cu 2 sau nu este divizibil cu 2,** dată ca exemplu la începutul capitolului. Propoziția conține o noțiune absolută, *număr natural*, care poate fi redată prin formula **Nx** („**x** este număr natural") și o noțiune relativă, *divizibil*, pe care o vom reda prin formula **Dxy** („**x** este divizibil cu y"). Pentru a reda expresia „divizibil cu 2", vom folosi formula **Dxa** („**x** este divizibil cu **a**") unde constanta individuală **a** care a înlocuit în variabila obiect **y** în formula **Dxy** desemnează numărul 2. Ca operatori propoziționali, în această propoziție apar în mod explicit *disjuncția* (introdusă de cuvântul „sau") și *negația* (introdusă de cuvântul „nu"), iar în mod implicit este prezentă *implicația*, cerută de cuantorul universal, introdus de cuvântul „orice". Trecerea de la propoziția din limbajul natural la formula corespunzătoare este înlesnită de transcrierea formei propoziției respective, care în cazul exemplului analizat aici este *pentru orice* **x**, *dacă* **x** *este număr natural, atunci* **x** *este divizibil cu* **a** *sau* **x** *nu este divizibil cu* **a**. Acestei forme îi corespunde formula

$$\forall x[Nx \to (Dxa \vee \sim Dxa)]$$

Dăm în continuare alte câteva exemple de propoziții complexe formulate în limbaj natural, împreună cu formulele corespunzătoare. Felul în care au fost redate noțiunile componente în fiecare exemplu reiese din context.

Orice om are o mamă — $\forall x(Ox \to \exists y Myx)$

Orice om admiră cel puțin o pictură — $\forall x[Ox \to \exists y(Py \,\&\, Axy)]$

Racii și broaștele nu sunt mamifere — $\forall x[(Rx \vee Bx) \to \sim Mx]$

Nu există frizer care să bărbierească numai pe aceia care nu se bărbieresc singuri — $\sim\exists x[Fx \,\&\, \forall y(Bxy \to \sim Byy)]$

Orice persoană care respectă cel puțin o persoană se respectă pe sine — $\forall x\{[Px \,\&\, \exists y(Py \,\&\, Rxy)] \to Rxx\}$

În primul exemplu din această listă, cuantorul existențial este cerut de articolul nehotărât „o" așezat în fața substantivului „mamă", care exprimă o noțiune relativă.

Să notăm că cea de-a treia traducere din lista de mai sus apelează la disjuncția **Rx V Bx**, deși în propoziție avem „racii și broaștele"; dacă am fi folosit conjuncția **Rx & Bx**, ar fi însemnat că tot ceea ce este *atât* rac, *cât și* broască nu este mamifer. De asemenea, să mai notăm că în ultimul exemplu, prima conjuncție este introdusă de pronumele relativ „care", iar cea de-a doua conjuncție este cerută de cuantorul **∃y**.

8.6. FORME PRENEXE

Prin *formă prenexă* se înțelege o schemă predicat în care toți cuantorii din alcătuirea ei se află în fața acelei scheme și nici un cuantor nu este afectat de negație; grupul de cuantori aflat în fața schemei, numit *prefix*, are ca domeniu de acțiune tot restul schemei. Orice schemă predicat poate fi transformată într-o formă prenexă, pe baza regulii schimbului de echivalenți, după cum urmează:

(a) Negațiile de pe cuantori se elimină cu ajutorul echivalențelor (4)–(7);

(b) Se scot cuantorii în prefix cu ajutorul următoarelor echivalențe:

$$\textbf{(14)}\ (\forall xFx\ \&\ \forall xGx) \equiv \forall x(Fx\ \&\ Gx)$$

$$\textbf{(15)}\ (\exists xFx \lor \exists xGx) \equiv \exists x(Fx \lor Gx)$$

$$\textbf{(16)}\ (\forall xFx\ \&\ p) \equiv \forall x(Fx\ \&\ p)$$

$$\textbf{(17)}\ (\forall xFx \lor p) \equiv \forall x(Fx \lor p)$$

$$\textbf{(18)}\ (\exists xFx\ \&\ p) \equiv \exists x(Fx\ \&\ p)$$

$$\textbf{(19)}\ (\exists xFx \lor p) \equiv \exists x(Fx \lor p)$$

Validitatea echivalențelor (14)–(19), rezultă, respectiv, din formulele definiționale ale celor doi cuantori. Fie, de pildă, formula (16); prin (2), membrul din stânga al echivalenței devine:

$$Fa_1\ \&\ \ldots\ \&\ Fa_n\ \&\ p$$

iar membrul din dreapta devine:

$$Fa_1\ \&\ p\ \&\ \ldots\ \&\ Fa_n\ \&\ p$$

Conjuncția fiind comutativă, asociativă și idempotentă, cele două formule astfel obținute sunt echivalente logic și prin reflexivitatea echivalenței rezultă formula (16).

În formulele (16)–(19), simbolul „**p**" poate fi gândit fie ca o variabilă propozițională, fie ca reprezentând o schemă predicat în care nu apare ca liberă variabila obiect **x**. Dacă schema predicat reprezentată de „**p**" ar conține ca liberă variabila **x**, atunci prin trecerea în fața formulei a cuantorului respectiv, **x** s-ar transforma în variabilă obiect legată. Astfel, dacă am trece de la **∀xFx V Gx** la **∀x(Fx V Gx)**, am proceda greșit: **x** din **Gx**, care în prima formulă este liberă, este legată în cea de a doua formulă, fiind capturată de cuantorul universal. În astfel de cazuri, înainte de a scoate cuantorii în prefix, se operează *reliterarea* (redenumirea) variabilelor obiect legate de acei cuantori a căror scoatere în prefix ar duce la capturarea de variabile obiect libere. Această operație se bazează pe următoarele echivalențe, numite *reguli de reliterare:*

$$\textbf{(20)}\ \forall xFx \equiv \forall yFy \equiv \forall zFz$$

$$\textbf{(21)}\ \exists xFx \equiv \exists yFy \equiv \exists zFz$$

Validitatea acestor formule rezultă direct din înțelesul cuantorului universal (*oricare ar fi obiectul* **x, y, z** etc., *el este* **F**) și, respectiv, din înțelesul cuantorului existențial (*există cel puțin un obiect, fie el* **x, y, z** etc., *care este* **F**). Revenind la exemplul nostru, conform (20), formula **∀xFx V Gx** devine mai întâi **∀yFy V Gx** și apoi **∀y(Fy V Gx)**, care este o formă prenexă.

Pentru a putea aplica regulile de transformare la scheme predicat care conțin și alți operatori propoziționali decât conjuncția și disjuncția, se apelează mai întâi la legile logicii propozițiilor compuse, care permit redarea oricărui operator propozițional prin conjuncție și negație sau prin disjuncție și negație. Fie, de exemplu, formula **∀x(Ox → ∃yMyx)**. Conform legii **(p → q) ≡ (~p V q)**, redăm implicația prin disjuncție și negație („eliminăm" implicația) obținând schema **∀x(~Ox V ∃yMyx)**, care, prin (19) se transformă în schemă prenexă

$$\forall x\exists y(\sim Ox \lor Myx).$$

Implicațiile negate pot fi eliminate conform legii $\sim(p \rightarrow q) \equiv (p \,\&\, \sim q)$, care are sensul *negația unei implicații este echivalentă cu conjuncția dintre antecedentul și negația consecventului implicației*. Astfel, fie schema

$$\forall x \sim(Fx \rightarrow \exists y Gyx).$$

Eliminând implicația, obținem schema $\forall x(Fx \,\&\, \sim\exists y Gyx)$; apoi, prin echivalențele cuantorilor, ea se transformă în $\forall x(Fx \,\&\, \forall y \sim Gxy)$, din care, prin (16), obținem forma prenexă $\forall x \forall y(Fx \,\&\, \sim Gyx)$.

De notat că, în cazul formulelor în care apar mai mulți cuantori de tip diferit, conform celor arătate în paragraful 9.4., ordinea în care cuantorii apar în prefix trebuie să respecte riguros ordinea în care aceștia apar în formula dată.

8.7. FORMELE PRENEXE ȘI VALIDITATEA INFERENȚELOR

Formele prenexe pot fi folosite pentru a proba validitatea inferențelor cu propoziții complexe. Fie, de exemplu, inferența

Există cel puțin o constelație pe care o cunosc toți oamenii.
Prin urmare, orice om cunoaște cel puțin o constelație.

Pentru a testa validitatea acestei inferențe, procedăm după cum urmează:

(i) **Traducem propozițiile componente în limbajul logicii predicatelor.** Premisa conține trei noțiuni, din care două – *constelație* și *om* – sunt absolute și, ca atare pot fi redate prin formulele **Fx** („**x** este constelație") și, respectiv, **Gy** („**y** este om"). Cea de a treia noțiune, exprimată de verbul *a cunoaște*, este relativă și, ca atare, o redăm prin **Hxy** („**y** cunoaște **x**"). În premisă apar și doi cuantori: cel existențial („există cel puțin o") se referă la **x**, iar cel universal („toți") se referă la **y**. Forma premisei este *există cel puțin un* **x**, *astfel încât* **x** *este constelație și pentru orice* **y**, *dacă* **y** *este om, atunci* **y** *cunoaște* **x**. Acestei forme îi corespunde formula

$$\exists x[Fx \,\&\, \forall y(Gy \rightarrow Hyx)]$$

Concluzia conține aceleași noțiuni și aceiași cuantori, fiind de forma *pentru orice* **y**, *dacă* **y** *este om, atunci există cel puțin un* **x**, *astfel încât* **x** *este constelație și* **y** *cunoaște* **x**. Formula corespunzătoare este

$$\forall y[Gy \rightarrow \exists x(Fx \,\&\, Hyx)]$$

(ii) **Fiecare formulă astfel obținută este transformată în formă prenexă.**

(a) $\exists x[Fx \,\&\, \forall y(Gy \rightarrow Hyx)]$
$\exists x \forall y[Fx \,\&\, (Gy \supset Hyx)]$ **(16)**

(b) $\forall y[Gy \rightarrow \exists x(Fx \,\&\, Hyx)]$
$\forall y[\sim Gy \vee \exists x(Fx \,\&\, Hyx)]$ (implicația a fost redată prin disjuncție și negație).
$\forall y \exists x[\sim Gy \vee (Fx \,\&\, Hyx)]$ **(19).**

În procesul de obținere a fiecărei forme prenexe, temeiul fiecărei transformări a fost specificat în dreapta formulelor, fie direct, fie prin numărul formulei care permite acea transformare.

(iii) **În fiecare din formele prenexe obținute se specifică cuantorii.** Pentru a specifica un cuantor, variabila obiect capturată de acel cuantor se înlocuiește, peste tot unde ea apare, cu o constantă individuală care nu există deja în forma prenexă dată și se elimină cuantorul. Eliminarea cuantorului universal ia forma trecerii de la formula

4. Arătați în ce fel se presupun reciproc inducția și deducția în procesul de cercetare, comparativ, în științe preponderent inductive și în științe preponderent deductive.

5. Este posibilă o cunoaștere satisfăcătoare realizată exclusiv deductiv? Dar exclusiv inductiv? Argumentați concluziile la care ajungeți.

6. Derivați fiecare din propozițiile următoare drept concluzie într-o inferență deductivă validă și, apoi, într-o inferență inductivă cât mai fermă; analizați comparativ, pentru fiecare în parte, forța întemeierii ei prin cele două inferențe: (1) Materialele plastice sînt materiale sintetice, (2) Toți șerpii se înmulțesc prin ouă, (3) La olimpiadele școlare participă numai elevii bine pregătiți, (4) Obiectele din sticlă sunt fragile.

9.2. ANALOGIA

Raționamentul prin analogie reprezintă tipul de inferență inductivă cu cea mai largă utilizare, deopotrivă în cunoașterea comună și în cea științifică, și el se bazează pe o comparare între cel puțin două obiecte, să spunem **a** și **b**, în privința faptului că ele posedă anumite însușiri, să spunem **F, G, H** etc., în comun; pe această bază, dacă se constată că unul din aceste obiecte, **a** de pildă, posedă o însușire suplimentară **I**, nedetectată încă la **b**, se conchide că și **b** posedă însușirea **I**. Schema de inferență din stânga redă structura logică a raționamentului prin analogie. Implicația care modelează această schemă de inferență nu este lege logică, dar nici inconsistentă, ceea ce înseamnă că raționamentul prin analogie este un nou exemplu de inferență plauzibilă: deși premisele sunt sigur adevărate, concluzia este totuși probabilă. Iată un exemplu specific cunoașterii comune:

$$\frac{\begin{array}{l} Fa \,\&\, Ga \,\&\, Ha \\ Fb \,\&\, Gb \,\&\, Hb \\ Ia \end{array}}{Ib}$$

Ion, Dan și Vasile au obținut în baza carnetului de elev bilet de intrare cu preț redus la cinematograful din apropierea școlii. Prin urmare, Tudor, care merge acum la cinematograful din apropierea școlii, va obține și el în baza carnetului de elev bilet de intrare cu preț redus.

Pentru a fi convinși că și atunci când premisele sunt sigur adevărate, concluzia acestei analogii este, totuși, probabilă sub aspectul valorii ei de adevăr, este suficient să notăm că nu este exclusă eventualitatea ca în momentul în care Tudor ajunge la cinematograf, toate biletele de intrare să fi fost deja epuizate.

Neținând seama de faptul că inferența prin analogie este doar plauzibilă, sau neglijând anumite condiții care influențează direct gradul de probabilitate al concluziei (în cazul nostru, eventualitatea epuizării biletelor diminuează sensibil probabilitatea concluziei de a fi adevărată), în cunoașterea comună se comite deseori greșeala de a lua concluzia analogiei ca sigur adevărată sau ca având un grad de probabilitate atât de înalt încât posibilitatea ca ea să fie falsă este neglijată. La nivelul cunoașterii științifice, ținând seama tocmai de aspectele menționate, concluziile obținute prin analogie sunt tratate cu prudență, ca fiind simple ipoteze și nu certitudini. Astfel, știința contemporană, corelând anumite propoziții adevărate din geologie, fizică, chimie, biologie etc. și bazându-se pe faptul că alte planete posedă anumite însușiri (forme de relief, compoziția chimică a solului, apei și atmosferei, temperatura maximă și minimă etc.) care în cazul Pământului s-au dovedit direct legate de existența *vieții*, a derivat, prin analogie, ipoteza existenței vieții extraterestre, inclusiv într-o formă superior organizată. Având însă în vedere tocmai caracterul plauzibil al raționamentului prin analogie și condițiile care influențează gradul de probabilitate al concluziei unei analogii, în cunoașterea științifică, ipoteza vieții extraterestre este tratată cu foarte mare prudență, în contrast cu anumiți indivizi care, prin informațiile ce le dețin, nu

depăşesc cunoaşterea comună şi care astfel ajung să creadă că existenţa fiinţelor extraterestre este certă, unii din ei ajungând, în cadrele ignoranţei menţionate, chiar la consideraţii fantastice, inclusiv mistice, despre „extratereştri".

Raţionamentul prin analogie este cu atât mai solid şi, deci, concluzia sa este mai probabilă (mai aproape de a fi adevărată) cu cât:

(1) Însuşirile prin care se aseamănă obiectele comparate sunt mai numeroase decât cele prin care ele se deosebesc;

(2) Însuşirile prin care se aseamănă obiectele comparate sunt mai importante decât cele prin care ele se deosebesc, iar legătura dintre însuşirile cunoscute drept comune şi noua însuşire este mai solidă;

(3) Aria obiectelor comparate, având aceleaşi însuşiri comune, este mai mare;

(4) Concluzia este mai modestă sub aspectul a ceea ce susţine;

(5) Spre deosebire de asemănările dintre obiectele comparate, diferenţa existentă între ele are o cât mai mică importanţă, preferabil nulă, pentru ceea ce susţine concluzia.

Respectarea acestor reguli are ca efect creşterea gradului de probabilitate al concluziei prin analogie; de pildă, dacă nava cosmică automată care a atins suprafaţa planetei Marte ar fi descoperit aici urme de viaţă, chiar cu o formă de organizare inferioară, gradul de probabilitate al ipotezei despre existenţa unor fiinţe raţionale extraterestre ar fi crescut, pentru că numărul însuşirilor comune, pentru două din obiectele comparate, ar fi fost mai mare.

Nerespectarea uneia din aceste reguli are ca efect sigur diminuarea gradului de probabilitate al concluziei prin analogie, iar uneori poate transforma concluzia analogiei într-o propoziţie falsă, caz în care am avea de a face cu o *falsă analogie*. Este ştiut, de pildă, că lupta pentru putere a luat în anumite epoci forma uciderii adversarilor, chiar cea a *paricidului*. Filozoful englez D. Hume (1711—1776) ne oferă următorul exemplu de analogie falsă menită să justifice tocmai o astfel de modalitate de înlăturare a adversarilor:

> **Un paricid este în acelaşi raport faţă de tatăl său ca un stejar tânăr faţă de stejarul-părinte şi anume, ivindu-se din ghinda produsă de acesta, creşte şi acoperă stejarul-părinte, sufocându-l. Prin uciderea în acest fel a stejarului-părinte, stejarul cel tânăr nu are nici o vină. Prin urmare, paricidul (fiul care şi-a ucis tatăl) este nevinovat ca şi tânărul stejar.**

Falsitatea concluziei acestei analogii este o urmare a faptului că ea încalcă cel puţin trei din regulile menţionate: (1)=între *fiu* şi *stejarul tânăr*, numărul asemănărilor este mult mai mic decât cel al deosebirilor, (2)=deosebirile dintre *fiu* şi *stejarul tânăr* sunt mai esenţiale decât asemănările şi (3)=pentru ceea ce susţine concluzia, importanţa asemănărilor este practic nulă, iar cea a deosebirilor este foarte mare.

Uneori, cuvântul „analogie" nu desemnează un raţionament ca cele din exemplele anterioare, ci o comparaţie făcută cu scopul unei descrieri cât mai clare, sau al unei ilustrări. Într-o comparaţie ca: „Membrii unei familii sunt asemeni degetelor de la o mână, fiecare, de la cel mai mare până la cel mai mic, are rolul şi importanţa sa fără de care funcţia mâinii nu poate fi integral realizată", avem un exemplu de analogie cu scopul unei ilustrări şi nu un raţionament prin analogie. Asemenea modalităţi de ilustrare sunt des întâlnite şi în activitatea didactică şi ele nu trebuie confundate cu o inferenţă, adică cu un proces logic de derivare (întemeiere) a unei concluzii. ***Analogia în sens de ilustrare*** stă şi la baza utilizării ***modelelor*** prin intermediul cărora se reproduc anumite evenimente sau procese naturale sub forma unor scheme sau machete, în vederea studierii unora din proprietăţile lor ce pot fi astfel mai uşor cercetate decât în forma lor efectivă de existenţă; astfel, de pildă, arhitecţii construiesc machete ale unor întregi aşezări, hidrotehnicienii construiesc machete ale unor cursuri de apă, baraje sau lacuri de acumulare.

9.3. INDUCȚIA COMPLETĂ

Se întâmplă uneori – prea rar însă – ca obiectele (evenimentele) pe care le studiem să formeze o clasă finită și ca să fie posibil să examinăm, sub aspectul care ne interesează, unul câte unul, toate elementele clasei respective. De pildă, dacă un istoric își propune să descopere din ce familii au făcut parte domnitorii Țării Românești din secolul XIV, el analizează o clasă finită *(mulțimea domnitorilor Țării Românești din secolul XIV)*, să o notăm cu A, ale cărei elemente, simbolic redate prin a_1, a_2, ..., a_n, pot fi inspectate sub aspectul care îl interesează unul câte unul, de la primul până la ultimul. Concret, în situația dată, istoricul va raționa astfel:

Basarab I (c. 1310—1352) a făcut parte din familia Basarabilor
Nicolae Alexandru (1352—1364) a făcut parte din familia Basarabilor
Vladislav (Vlaicu) (1364—1377) a făcut parte din familia Basarabilor
Radu I (1377—1383) a făcut parte din familia Basarabilor
Mircea cel Bătrân (1386—10 octombrie 1394 și ianuarie 1397—1418) a făcut parte din familia Basarabilor
Vlad I (10 oct. 1394—ian. 1397) a făcut parte din familia Basarabilor
Basarab I, Nicolae Alexandru, Vladislav, Radu I, Dan I, Mircea cel Bătrân și Vlad I sunt toți domnitorii Țării Românești din secolul XIV

Toți domnitorii Țării Românești din secolul XIV au făcut parte din familia Basarabilor

Prin urmare, istoricul va raționa după schema de inferență

a_1 este P
a_2 este P
.
.
.
a_n este P
a_1, a_2, ..., a_n sunt toți S

Toți S sunt P

Dată fiind validitatea ei, așa-numita inducție completă produce concluzii adevărate, evident, din premise adevărate. Acest tip de inferență nu poate fi însă folosit decât în cazuri excepționale, cu totul accidentale, adică numai atunci când clasa studiată este finită și, în plus, fiecare din elementele ei poate fi inspectat. Totodată, inducția completă are o valoare de cunoaștere redusă; deși în raport cu fiecare dintre premise concluzia ei este o propoziție generală, ea nu face altceva decât să exprime într-o formă concisă ceea ce premisele au redat pe larg (în mod amănunțit); pentru acest motiv, inducția completă nu este considerată o inferență inductivă veritabilă ci, mai de grabă, „o inferență deductivă mascată", ea fiind adesea amintită doar „în trecere", ca un simplu accident lipsit de importanță.

(5) Preşcolarii sunt convinşi că pisicile înţeleg limba vorbită de oameni, pentru că, deseori, ei povestesc acestor animale fel de fel de lucruri.

(6) Etiopienii spun despre zeii lor că ei sunt cârni şi negri, tracii, că au ochi albaştri şi păr roşu. Dacă boii şi caii şi leii ar avea mâini şi ar putea, cu mâinile lor, să zugrăvească şi să producă opere, aşa cum produc oamenii, boii ar zugrăvi figuri de zei asemănătoare boilor, caii, asemănătoare cailor, iar leii, asemănătoare leilor.

(Xenofanes)

(7) Întrucât x şi y au mulţi prieteni comuni şi întrucât y îl admiră pe noul nostru coleg, rezultă că şi x îl va admira pe noul nostru coleg.

(8) După cum planetele parcurg obligatoriu acelaşi drum în jurul Soarelui, trecând constant printr-un punct de maximă depărtare şi apoi printr-un alt punct, de maximă apropiere faţă de Soare, tot aşa, producţia capitalistă trece periodic prin momente de avânt, urmate obligatoriu de momente de criză.

(K. Marx)

4. Indicaţi în ce condiţii se poate recurge la inducţie completă şi când nu se poate proceda decât prin inducţie incompletă: daţi exemple şi arătaţi, comparativ, care sunt valoarea şi însuşirea acestor tipuri de inferenţe inductive.

5. Daţi cel puţin două exemple de inducţie prin simplă enumerare, unul specific activităţii de practică pedagogică, iar celălalt unei discipline ca fizica, chimia sau biologia.

6. Daţi exemple de inducţii prin simplă enumerare specifice cunoaşterii comune, în care, din premise adevărate, este derivată o concluzie falsă.

7. Specificaţi cerinţele pe care le impune inducţia ştiinţifică şi în ce fel sunt ele nerespectate de exemplele obţinute prin rezolvarea exerciţiului 6.

8. Arătaţi prin ce tip de inferenţă inductivă sunt obţinute următoarele concluzii şi analizaţi valoarea lor teoretică şi practică:

(1) În vacanţa de iarnă va ninge, pentru că, totdeauna, în perioada de sfârşit a lui decembrie şi de început a lunii ianuarie, când a fost şi vacanţa de iarnă, a nins.

(2) Mâine va ninge, pentru că mâine este Anul Nou, iar aici la munte a nins mereu de Anul Nou.

(3) Anul acesta, cea mai joasă temperatură va fi înregistrată la Miercurea Ciuc, pentru că, din datele consemnate până acum, reiese că, în fiecare an, la Miercurea Ciuc s-a înregistrat cea mai joasă temperatură din ţară.

(4) Spune-mi cu cine te-aduni, ca să-ţi spun cine eşti, pentru că este ştiut că, de fiecare dată, cei care se aseamănă se şi adună.

(5) Acoperită cu un pahar, orice flacără se stinge; testele făcute arată clar că arderea este un proces de oxidare, respectiv consumator de oxigen.

(6) Brazii rămân totdeauna verzi, pentru că oricând îi priveşti, în orice anotimp, ei sunt verzi.

9. Analizaţi critic următorul proiect de experiment făcut cu scopul de a stabili, prin inducţie ştiinţifică, dacă, în raport cu băieţii, fetele dispun de o mai bună capacitate de memorare: se selectează două grupuri de câte 10 băieţi şi respectiv 10 fete; se cere elevilor din aceste grupuri să memoreze aceleaşi trei texte, o poezie, o pagină de proză beletristică şi o lecţie din cartea de istorie; după 45 de minute, se face verificarea individual şi se compară rezultatele.

10. Sugeraţi un experiment pentru a studia ce raport există între:

(a) pregătirea temeinică şi conştiincioasă a lecţiilor şi comportamentul elevului în şcoală şi în afara ei;

(b) tipul şi numărul cărţilor împrumutate de la bibliotecă şi cultura generală a elevilor.

11. Arătaţi care din metodele lui J. St. Mill au fost folosite în următoarele inferenţe inductive:

(1) Celebrul medic grec Galen (130–200 sau 210 e.n.) a conchis că una din pacientele sale era îndrăgostită de un cunoscut dansator, pentru că, ori de câte ori era pronunţat numele dansatorului, pulsul pacientei creştea simţitor.

(2) Între simţul gustului şi cel al mirosului există o legătură puternică; pentru că, fără a veni în vreun contact cu hrana, ci doar cu mirosul ei, poate fi indicat gustul hranei; în schimb, dacă şi nasul este blocat, gustul mâncării nu mai poate fi determinat.

(3) Presiunea aerului este o condiţie obligatorie pentru transmiterea sunetului, deoarece o sonerie care funcţionează în vid nu poate fi auzită.

(4) În urma analizelor efectuate un medic constată că în corpul pacienţilor bolnavi de boala *A* este prezentată bacteria *X*, care este absentă în corpul oamenilor sănătoşi. Medicul a izolat această bacterie, a cultivat-o şi apoi a inoculat-o unor cobai. După un timp, a recoltat bacteria *X* din corpul acestor cobai, a făcut o nouă cultură şi cu bacteriile astfel obţinute a injectat un grup de cobai. Examinând grupurile de cobai la care a fost injectată bacteria *X*, medicul a observat că, la fiecare exemplar din aceste grupuri, a apărut boala *A*. Pe această bază, medicul a conchis: Prezenţa în corp a bacteriei *X* este cauza bolii *A*.

(5) Culoarea verde a plantelor este legată de receptarea de către plante a luminii solare, deoarece o secţiune făcută în corpul unei plante arată clar că această culoare apare numai la limita extremă a secţiunii.

(6) Pentru a dovedi că fricţiunea produce căldură, Joule a frecat între ele două materiale şi, cu ajutorul unor măsurători, a pus în evidenţă faptul că se produce o cantitate de căldură care creşte, respectiv, descreşte după cum creşte sau descreşte forţa de frecare.

(7) S-a observat că, de cele mai multe ori, atunci când se joacă, copiii imită activităţi sau acţiuni specifice celor maturi, inclusiv comportamentul acestora: mai mult, cu cât mai frecvent jocurile lor conţin astfel de imitaţii, copiii încep să manifeste înclinaţii şi chiar aptitudini pentru anumite activităţi, pe care anterior nu le aveau. Rezultă că aptitudinile şi înclinaţiile nu sunt înnăscute şi că ele se formează, cel puţin iniţial, prin imitaţie.

12. Daţi exemple de folosirea metodelor de cercetare inductivă în activitatea de practică pedagogică şi analizaţi valoarea concluziilor derivate inductiv, cu ajutorul acestor metode.

13. Daţi exemple de prejudecăţi, superstiţii, preziceri făcute de astrologi etc. şi procedaţi la respingerea lor prin folosirea, în sens negativ, a metodei lui J. St. Mill.

14. Sugeraţi în ce fel pot fi folosite metodele lui J. St. Mill şi care anume, pentru a deriva inductiv concluziile: (1) Oboseala sporeşte predispoziţia la răceală; (2) Folosirea curentă a pastei de dinţi care conţine fluor previne apariţia cariilor dentare; (3) Extinderea deltei fluviilor este rezultatul depunerii aluviunilor aduse de ele în zona de vărsare în mare; (4) Forţa de atracţie a Lunii este cauza fluxului şi refluxului; (5) Persoanele tinere au o rezistenţă sporită la intemperii; (6) Pe măsura înaintării în vârstă, copiii dobândesc o capacitate sporită de folosire a limbajului; (7) În ţările industriale, accentuarea fenomenului de criză este cauza creşterii numărului şomerilor; (8) Criza prelungită a combustibililor şi a materiilor prime generează creşterea preţurilor, în special în ţările care nu dispun de suficiente resurse proprii de asemenea mijloace.

9.8. IPOTEZELE ŞI VERIFICAREA LOR

Deseori, prin *ipoteză* nu se înţelege doar o singură propoziţie nesigură sub aspectul valorii ei de adevăr (concluzia unei inducţii incomplete), ci un ansamblu de propoziţii care, împreună, au rezultat printr-un proces complex de raţionamente inductive şi deductive drept *explicaţie-tentativă* (încercare de a explica) un fenomen încă necunoscut sau încă insuficient cunoscut.

În această accepţie mai largă, o ipoteză oarecare, să spunem *H*, poate fi *verificată direct* numai dacă obiectele pe care le acoperă în calitate de explicaţie-tentativă pot fi integral inspectate, în maniera inducţiei complete. Astfel, pentru a explica abaterea de la legile lui Kepler şi de la legea atracţiei universale, observată în mişcarea de rotaţie a planetei Uranus, astronomul francez U. J. J. Le Verrier a avansat ipoteza existenţei unei planete, mai depărtată de Soare decât Uranus. Ipoteza lui Le Verrier a fost verificată direct, prin observaţie: folosind o lunetă perfecţionată, astronomul german Galle a *văzut* planeta Neptun în ziua de 23 septembrie 1846. Multe alte

ipoteze vizează însă clase care nu pot fi epuizate, prin inspectarea fiecărui obiect din componenţa lor. Asemenea ipoteze, ca cele ale lui Fermat şi Euler în teoria numerelor, sau ca legea atracţiei universale în fizică, *nu pot fi verificate decât indirect.*

Verificarea indirectă a unei ipoteze generale presupune două etape care premerg obligatoriu acceptarea sau respingerea ei:

(i) Fiind dată o ipoteză oarecare H, ea este supusă unei *analize deductive* prin care, din H, sunt derivate deductiv cât mai multe consecinţe $c_1, \ldots, c_n$, cum s-a procedat în cazul ipotezelor lui Fermat şi Euler. Spre deosebire de H care este o propoziţie generală (un ansamblu de propoziţii generale), fiecare din $c_1, \ldots, c_n$ este, în cazul în care H aparţine ştiinţelor naturii, o propoziţie de observaţie, al cărei adevăr sau a cărei falsitate se poate stabili direct, prin observaţie sau experiment.

Iată un exemplu. În vremea lui G. Galilei, în multe oraşe din Italia, apa potabilă era obţinută cu ajutorul unor fântâni dotate cu o pompă alcătuită dintr-un piston care se mişca în interiorul unui cilindru. Tot atunci circula o ipoteză, susţinută şi de Galilei, să o notăm Hg, după care cauza ridicării apei în cilindrul pompei ar fi oroarea de vid *(horror vacui)* a naturii. O dată însă ce au fost săpate fântâni mai adânci de 10 m s-a constatat că apa nu mai ajunge la suprafaţă. Cum era greu de crezut că oroarea de vid a naturii se manifestă numai sub înălţimea de 10 m, s-a căutat o nouă explicaţie pentru cauza ridicării apei în cilindrul pompei. Elevul lui Galilei, E. Torricelli, a avansat o nouă ipoteză, să o notăm Ht: Pământul este înconjurat de atmosferă (el o numea „mare de aer") şi greutatea (presiunea) atmosferei, apăsând asupra apei din fântâni, determină ridicarea ei în cilindrul pompei.

Trecând la analiza deductivă a lui Ht, din ea rezultă, printre altele, consecinţele: c_1=întrucât *mercurul* are o greutate specifică de aproximativ 14 ori mai mare decât a apei, înălţimea unei coloane de mercur într-un cilindru, asemănător celui de la fântână, trebuie să fie de aproximativ 761 mm, adică de aproximativ 14 ori mai mică decât cea a coloanei de apă (dedusă chiar de Torricelli) şi c_2=întrucât presiunea atmosferică descreşte pe măsura creşterii altitudinii, înălţimea coloanei de mercur trebuie să scadă pe măsura creşterii altitudinii (dedusă de B. Pascal). Raportul dintre Ht şi aceste consecinţe ia forma implicaţiilor $Ht \rightarrow c_1$ şi $Ht \rightarrow c_2$, iar dacă Ht este adevărată, aceste implicaţii sunt în mod necesar adevărate; la nivel general, dacă ipoteza oarecare H este adevărată, atunci, în mod necesar, fiecare din implicaţiile $H \rightarrow c_1, \ldots, H \rightarrow c_n$, unde $c_1, \ldots, c_n$ sunt consecinţele deduse din H, este adevărată.

(ii) Fiecare din consecinţele deduse din H este verificată direct, prin observaţie şi experiment. În cazul Ht, Torricelli a arătat printr-un experiment simplu (a luat un tub de sticlă plin cu mercur, lung de 1 m şi deschis la un singur capăt; a astupat cu degetul mare deschizătura tubului, l-a răsturnat cu deschizătura în jos şi, după ce a cufundat acest capăt într-un vas cu mercur, a retras degetul de pe deschizătură) că c_1 este adevărată; adevărul lui c_2 a fost dovedit de cumnatul lui Pascal, Périer, care, folosind mai multe barometre de tip Torricelli, unele cu rol de *grup de control*, a făcut o ascensiune pe muntele Puy de Dôme. Drept urmare, ambele implicaţii din cazul lui Ht s-au dovedit adevărate. În alte cazuri, este posibil ca cel puţin una din consecinţele $c_1, \ldots, c_n$ să spunem c_i, să fie falsă; de pildă, pentru Hf (ipoteza lui Fermat), c_i=0, când i=5.

O dată ce a fost încheiată etapa (ii) se trece la acceptarea sau respingerea lui H, *operaţie care se realizează în exclusivitate pe cale logică*. Mai exact, pentru H este posibilă acum nu numai una din două variante:

(a) Fiecare din $c_1, \ldots, c_n$ s-a dovedit adevărată, ceea ce înseamnă că şi conjuncţia $c_1 \& \ldots \& c_n$ este adevărată; în aceste condiţii, *acceptarea lui H* se realizează conform schemei de raţionare din dreapta, care este o traducere a schemei de inferenţă *modus ponens plauzibil* (a se vedea schema de inferenţă (3) din cazul raţionamentelor ipotetico-categorice). Dat fiind că acceptarea lui H ia obligatoriu forma unei scheme de inferenţă plauzibilă şi nu validă, ea are doar sensul că

$$\frac{\begin{array}{r} H \rightarrow (c_1 \,\&\, \ldots \,\&\, c_n) \\ (c_1 \,\&\, \ldots \,\&\, c_n) \end{array}}{H}$$

$P(H=1)>P(H=0)$ ceea ce înseamnă că probabilitatea ca H să fie adevărată este mai mare decât aceea ca H să fie falsă.

Fără îndoială, dacă H este o ipoteză generală care vizează un număr finit de obiecte şi dacă la un moment dat a devenit posibil să examinăm, unul câte unul, toate aceste obiecte, adică atunci când adevărul conjuncţiei c_1 & ... & c_n are tocmai acest înţeles, H se transformă dintr-o ipoteză într-o propoziţie sau teorie cert adevărată; astfel, dacă legile lui Kepler se referă exclusiv la sistemul nostru planetar, ceea ce nu se putea susţine în vremea lui, se poate susţine astăzi, şi anume că fiecare din legile sale este o propoziţie cert adevărată. Este însă evident că atunci când H se referă la o mulţime infinită, cum este şi legea atracţiei universale, sau când această mulţime este finită, dar nu poate fi epuizată în sensul inducţiei complete, acceptarea lui H înseamnă doar că H are un mare grad de probabilitate, uneori extrem de ridicat, că ea poate fi folosită cu deplin succes pentru rezolvarea unor probleme (teoretice şi practice) în cazurile în care ea s-a verificat şi tocmai de aceea H este numită *lege*.

(b) Cel puţin una din consecinţele $c_1, \ldots, c_n$, să spunem c_i, este falsă, ceea ce înseamnă că şi conjuncţia c_1 & ... & c_n este falsă; în aceste condiţii, *respingerea lui H* ia forma schemei de raţionare din stânga, care corespunde schemei de inferenţă *modus tollens valid* (a se vedea schema de inferenţă (2) din cazul raţionamentelor ipotetico-categorice).

De multe ori, în condiţiile menţionate (când cel puţin pentru un i $c_i=0$), din falsitatea conjuncţiei c_1 & ... & c_n rezultă $H=0$, în mod sigur; acesta a fost şi cazul lui *Hf* (ipoteza lui Fermat). Există însă situaţii când H este exclusiv o *condiţie necesară nu însă şi suficientă* pentru a deduce consecinţele $c_1, \ldots c_n$. Mai exact, pentru a putea deduce în mod valid consecinţele $c_1, \ldots, c_n$, în afara adevărului lui H, este nevoie şi de adevărul unor *ipoteze ajutătoare*, să notăm conjuncţia lor prin *Aj;* asemenea ipoteze ajutătoare se referă, printre altele, la calitatea (performanţele) metodelor şi aparatelor folosite, atât pentru culegerea şi măsurarea (evaluarea) datelor experimentale pe care se fundamentează premisele din care a fost derivată inductiv H, cât şi pentru culegerea şi măsurarea datelor pe care se întemeiază, în ultimă instanţă, falsitatea conjuncţiei c_1 & ... & c_n. De exemplu, pentru *H=Metoda de instruire M_1 este net superioară metodei M_2*, printre termenii conjuncţiei *Aj* se află obligatoriu ipotezele după care condiţiile (i)–(vi) ale unui experiment concludent au fost integral satisfăcute; o consecinţă ca „în urma aplicării metodei M_1, performanţele elevilor din clasa *a* sunt mai bune decât cele ale elevilor din clasa *b* *(b=grup de control)*, rezultă deductiv, în mod valid, numai dacă este adevărată conjuncţia dintre H şi ipoteza ajutătoare după care a fost satisfăcută integral condiţia (ii)=„grupurile *a* şi *b* sunt egale...". Practica medicală oferă numeroase exemple de acest fel: de pildă, consecinţa „bolnavul *x*, care a fost muşcat de un câine turbat, va fi salvat prin injectare de ser antirabic" nu rezultă deductiv-corect doar din *Hp* (ipoteza lui Pasteur), unde *Hp=serul antirabic este un mijloc eficace împotriva turbării*, ci numai din conjuncţia *Hp* & *Aj*, în care, printre elementele lui *Aj*, intră obligatoriu ipoteze ca: *tratamentul a fost aplicat în timp util, s-a injectat o cantitate suficientă de ser (în raport cu locul muşcăturii), serul injectat a corespuns calitativ* etc.

$$\frac{\begin{array}{r} H \rightarrow (c_1 \,\&\, \ldots \,\&\, c_n) \\ \sim(c_1 \,\&\, \ldots \,\&\, c_n) \end{array}}{\sim H}$$

În cazurile, nu puţine la număr, în care consecinţele $c_1, \ldots, c_n$ rezultă deductiv-corect numai din conjuncţia *H* & *Aj* şi nu din *H* singură, schema de raţionare a respingerii ia forma schemei de inferenţă din dreapta care, deşi corespunde tot lui *modus tollens valid,* nu ne mai permite să conchidem că $H=0$, în mod sigur: conform definiţiei conjuncţiei, *H* & $Aj=0$ şi atunci când $Aj=0$ şi $H=1$. Altfel spus, dacă în condiţiile specifice, $c_i=0$, este posibil să fie falsă una singură din ipotezele ajutătoare şi nu H (ipoteza principală); de pildă, este posibil ca bolnavul muşcat de un câine turbat să nu poată fi salvat şi aceasta nu pentru că $Hp=0$, ci pentru că *tratamentul n-a fost aplicat în timp util,* sau

$$\frac{\begin{array}{r} (H \,\&\, Aj) \rightarrow (c_1 \,\&\, \ldots \,\&\, c_n) \\ \sim(c_1 \,\&\, \ldots \,\&\, c_n) \end{array}}{\sim(H \,\&\, Aj)\,.}$$

pentru că *nu s-a injectat o cantitate suficientă de ser,* sau pentru că *serul injectat n-a corespuns calitativ* etc. Prin urmare, când consecințele $c_1, \ldots, c_n$ rezultă deductiv-corect din conjuncția H & Aj și nu din H singură, schema de raționare a respingerii, deși validă, ne permite să conchidem cel mult că $P(H=0)>P(H=1)$, ceea ce înseamnă că deși conjuncția c_1 & ... & c_n este falsă, H rămâne în discuție ca o propoziție probabilă, cu toate că gradul ei de probabilitate s-ar fi putut reduce, uneori simțitor.

În concluzie, în marea majoritate a cazurilor, verificarea indirectă a unei ipoteze oarecare H nu înseamnă decât o creștere (când este vorba de *accepture*) sau o diminuare (când este vorba de *respingere*) a gradului ei inițial de probabilitate. Drept urmare, cercetătorul este obligat să acorde o atenție deosebită criteriilor de evaluare a ipotezelor.

9.9. CRITERII DE EVALUARE A IPOTEZELOR

Indiferent de forma pe care o ia verificarea unei ipoteze, acceptarea sau respingerea ei este judecată în baza datelor obținute pe calea observației și a experimentului. Aceste date pot fi favorabile ipotezei în discuție, caz în care se vor numi *probe pozitive,* sau contrare acestei ipoteze (cele pe care se bazează falsitatea consecințelor deduse din H sau din H & Aj), caz în care se vor numi *probe negative*. Fiind dată o ipoteză oarecare, gradul ei de probabilitate și pe de altă parte, acceptarea ei în raport cu una sau mai multe ipoteze concurente ca o explicație satisfăcătoare, depinde direct, în primul rând, de următoarele șase criterii:

(1) În absența oricărei probe negative, gradul de probabilitate al lui H este cu atât mai mare cu cât este mai mare **numărul probelor pozitive**; gradul de probabilitate al ipotezei după care metoda de instruire M_1 dă rezultate net superioare metodei M_2 este cu atât mai mare cu cât, în absența oricăror insuccese, folosirea lui M_1 a dus la creșterea performanțelor elevilor în cât mai multe cazuri. Acest criteriu nu trebuie absolutizat, el având o valoare relativă: dacă H beneficiază de 10 000 de probe pozitive, încă una peste această cifră nu are ca efect o creștere sensibilă a gradului de probabilitate al lui H.

(2) În absența oricăror probe negative, **diversitatea cât mai accentuată a probelor pozitive** favorizează semnificativ creșterea gradului de probabilitate a lui H; gradul de probabilitate al ipotezei lui Newton (legea atracției universale) este atât de mare încât vorbim despre ea ca despre o certitudine tocmai pentru că ea satisface, pe lângă primul criteriu, și pe acesta: ipoteza lui Newton dispune de un imens număr de probe pozitive, oferite de mișcarea (legile) pendulului, căderea liberă a corpurilor, modul de curgere a râurilor, fenomenul mareelor, mișcarea sateliților naturali în jurul planetelor, mișcarea planetelor în jurul Soarelui, mișcarea stelelor duble una față de cealaltă, diferite fenomene cosmice speciale, ca de pildă corpurile cosmice numite „black holes" (găuri negre), orbitele sateliților artificiali, lansarea și deplasarea navelor cosmice în interiorul și dincolo de granițele sistemului solar etc. Având în vedere infinitatea Universului, a însușirilor sau a relațiilor în care poate intra orice fenomen, criteriul diversității probelor pozitive nu poate fi nici el absolutizat.

Criteriul diversității probelor pozitive are și efecte de natură psihologică. Orice ipoteză se naște ca încercare de explicare a anumitor fenomene și, dacă ea oferă o explicație acelor fenomene, este firesc ca descoperirile experimentale legate de aceste fenomene să fundamenteze probe pozitive pentru ipoteza în cauză; dacă, după un timp, ipoteza ajunge să beneficieze și de alte probe pozitive, noi în raport cu cele inițiale, credibilitatea (în sens psihologic) ipotezei crește sensibil, mai ales dacă noile probe au un caracter „neașteptat".

(3) Gradul de probabilitate al lui *H* este cu atât mai mare cu cât sunt mai sensibile şi mai exacte aparatele şi metodele folosite pentru constituirea probelor pozitive, deoarece **precizia instrumentelor folosite** influenţează direct acurateţea acestor probe care, la rândul ei, este o condiţie necesară ca ipoteza să dispună de o bază fermă şi nu de una nesigură; ipoteza după care, în structura celorlalte planete, se află aceleaşi elemente ca şi pe Pământ, susţinută şi de G. Galilei, a dobândit treptat un grad de probabilitate mai mare, o dată cu constituirea şi diversificarea spectroscopiei, pe măsură ce aparatura folosită în observaţiile astronomice s-a perfecţionat, dar mai ales după ce nave cosmice automate sau cu echipaj uman s-au aşezat pe Lună, Marte sau Venus ori au trecut în apropierea altor planete din sistemul nostru solar.

(4) Probabilitatea lui *H* este mai mare, dacă, pe lângă probele experimentale pozitive, *H* dispune şi de un **suport teoretic** cât mai temeinic, unde prin *suport teoretic* se are în vedere fie că *H* este implicată deductiv de cel puţin o altă ipoteză bine fundamentată (are un mare grad de probabilitate), fie că *H* nu intră în conflict cu nici o teorie bine stabilită, ea reprezentând o extindere coerentă a cunoaşterii din acel moment. Astfel, legile lui Kepler îşi află un suport teoretic în legea atracţiei universale din care ele pot fi corect deduse, iar legea atracţiei universale beneficiază, la rândul ei, de un puternic suport teoretic în cadrul *teoriei relativităţii* propusă de A. Einstein ca un model fizic mai general şi mai adecvat stării reale a întregului Univers (fizica clasică, în cadrul căreia a fost formulată legea atracţiei universale, din care au fost eliminate ipotezele ce s-au probat false, s-a dovedit, o dată cu apariţia teoriei relativităţii, un model fizic corect pentru o porţiune restrânsă a realităţii, cea nemijlocit observabilă).

Acest criteriu are, la rândul său, o valoare relativă. Eventuala sa absolutizare ar avea ca urmare o concepţie dogmatică asupra rezultatelor cunoaşterii, complet străină spiritului ştiinţific, pentru că reprezintă o barieră în calea progresului cunoaşterii care are loc tocmai prin elaborarea unor ipoteze, ca explicaţii mai profunde, care înlocuiesc unele din ipotezele mai vechi, chiar atunci când vechile ipoteze păreau, înaintea înlocuirii lor, că sunt perfect stabilite: legile lui Kepler, ca ipoteză perfecţionată în raport cu ipoteza sistemului heliocentric avansată de N. Copernic, au înlocuit definitiv atât ipoteza lui Copernic, cât şi pe aceea a sistemului geocentric, avansată de Ptolemeu şi care, pentru mulţi gânditori medievali, apărea ca absolut certă.

(5) În condiţiile existenţei mai multor ipoteze ca variante de încercare de a explica un anumit fenomen, alegerea uneia din ele se face în baza **puterii explicative** a acestor ipoteze, din ipotezele aflate în competiţie fiind acceptată cea care satisface în cea mai mare măsură criteriile (1)–(4) şi care, totodată, oferă o explicaţie mai profundă a fenomenului în cauză; ipoteza care îndeplineşte simultan aceste două condiţii are o putere explicativă mai mare decât a celorlalte.

Astfel, până la începutul secolului al XX-lea, pentru explicarea naturii luminii concurau două ipoteze: cea a lui Newton, care susţinea că lumina este de natură corpusculară, şi cea avansată de Huyghens şi dezvoltată de Fresnel şi Young, care susţineau că lumina este de natură ondulatorie (lumina ar consta din unde care s-ar propaga într-un mediu elastic). Aceste două ipoteze dispuneau de o putere explicativă redusă, relativ egală, dat fiind faptul că pentru fiecare fuseseră găsite atât probe pozitive, cât şi probe negative, fără însă ca toate probele negative din cazul uneia să fie probe pozitive în cazul celeilalte. În anul 1905 a apărut în competiţie o a treia ipoteză, avansată de Einstein, după care lumina este de natură fotonică, unde *fotonul* este o particulă elementară care întruneşte caracteristici ondulatorii (este asociată câmpului electromagnetic); întrucât ipoteza lui Einstein a dobândit rapid atât un suport experimental (dispune de numeroase probe pozitive, cele negative fiind total absente), cât şi unul teoretic, mai solid, şi deoarece ea s-a dovedit o explicaţie mai profundă a luminii, probă că a reuşit să explice coerent toate fenomenele pe care celelalte două ipoteze nu le puteau explica, dar şi multe alte fenomene, ea a fost acceptată ca având un mai mare grad de probabilitate decât oricare din vechile ipoteze, la care practic s-a renunţat.

(6) În condiţiile existenţei mai multor ipoteze, aflate în competiţie pentru explicarea unui anumit fenomen, dar caracterizate de o putere explicativă relativ egală, **este acceptată cea mai simplă** din ele, adică aceea în a cărei structură apar cât mai puţine elemente, deoarece o astfel de ipoteză poate fi mai uşor valorificată, atât sub aspect teoretic, cât şi practic. Prin analogie, dacă metodele de instruire M_1 şi M_2 au relativ aceeaşi eficienţă, dar M_1 este, în sensul precizat, mai simplă decât M_2, M_1 va fi metoda acceptată.

Asemănător celorlalte criterii de evaluare a ipotezelor, nici ultimele două, care vizează mai direct acceptabilitatea ipotezelor şi nu gradul lor de probabilitate, nu trebuie absolutizate, în sensul că, o ipoteză care nu satisface integral unul din aceste ultime două criterii trebuie trecută în plan secundar, altfel spus „în rezervă", adică nu trebuie respinsă automat, ca şi cum ar fi falsă, decât dacă falsitatea ei a fost corect dovedită, adică respectând integral cerinţele principiului raţiunii suficiente; deşi în raport cu fenomenul ridicării apei în fântână, ipoteza lui Torricelli are o putere explicativă mai mare decât cea a lui Galilei, motiv pentru care ipoteza lui Torricelli a fost acceptată, ipoteza lui Galilei, după care natura are oroare de vid, a fost trecută pe un plan secundar, dar n-a fost înlăturată definitiv, deoarece nu s-a dovedit că natura admite vidul.

În concluzie, pentru o evaluare cât mai corectă a unei ipoteze oarecare H, este obligatorie corelarea tuturor acestor criterii şi în plus, ca decizia finală să fie luată în deplin acord cu principiile logice, adică în dependenţă de particularităţile logice ale inferenţelor folosite în obţinerea lui H şi de cele ale metodelor folosite pentru verificarea sa. Tocmai de aceea, pentru un cercetător specializat într-un anumit domeniu este absolut necesar să posede o pregătire temeinică în acel domeniu, dar, în vederea valorificării depline a pregătirii sale de specialitate, acest lucru este insuficient dacă el nu dispune şi de cunoaşterea temeinică a legilor şi a regulilor logice de care depinde corectitudinea gândirii şi de capacitatea de a folosi aceste legi şi reguli de raţionare în mod conştient şi consecvent. Istoria marilor descoperiri ştiinţifice nu a înregistrat nici o excepţie de la această regulă.

Acest adevăr este astăzi mai actual ca oricând. Pe de o parte, îmbogăţirea şi diversificarea excepţională a cunoaşterii şi, implicit, a activităţii oamenilor, specifice epocii noastre, scot şi mai mult în evidenţă necesitatea de a apela la logică ca instrument indispensabil pentru organizarea şi orientarea cunoaşterii şi acţiunii. Pe de altă parte, o caracteristică fundamentală a revoluţiei ştiinţifice şi tehnice contemporane este automatizarea producţiei, folosirea calculatoarelor electronice în prelucrarea informaţiilor, în luarea deciziilor, în conducerea activităţii economice şi sociale. Toate acestea au devenit posibile şi ca rezultat al stadiului atins în dezvoltarea logicii, deoarece logica este un mijloc indispensabil şi pentru analiza mecanismelor automate, pentru proiectarea, minimizarea şi creşterea capacităţii de operare a circuitelor logice, componente esenţiale ale calculatorului, pentru construirea limbajelor de programare. Atingând, prin urmare, ea însăşi un înalt grad de diversificare şi de profunzime, logica şi-a aflat în secolul nostru nu doar cea mai nouă, dar, prin rezultatele ei, şi cea mai spectaculoasă din aplicaţiile sale nemijlocit practice.

EXERCIŢII ŞI PROBLEME

1. În secolul III î.e.n., Hiero, conducătorul Siracuzei, i-a cerut lui Arhimede, cel care a formulat ipoteza că *un corp cufundat într-un lichid pierde din greutatea sa o cantitate egală cu greutatea lichidului dislocat*, să verifice dacă coroana sa este exclusiv din aur sau conţine şi argint, fără a distruge însă coroana; Arhimede a reuşit, pe baza ipotezei sale, să arate că ea nu conţine argint. Să se stabilească: (a) care era ipoteza lui Hiero, (b) cum a soluţionat Arhimede problema pusă de Hiero şi (c) cum poate fi verificată (direct sau indirect) ipoteza lui Arhimede.

2. Să se determine: (a) ipoteza (prejudecata) susţinută de astrologii antici la care se referă Pliniu cel Bătrân în textul de mai jos şi (b) care este structura logică a respingerii acestei false ipoteze de către învăţatul roman: Dacă steaua sub care s-a născut un om este cauza destinului său, atunci toţi oamenii născuţi sub aceeaşi stea trebuie să aibă aceeaşi soartă. Dar, sub aceeaşi stea s-au născut deopotrivă şi stăpâni şi sclavi, şi regi şi cerşetori.

3. Pentru a respinge *ipoteza generaţiei spontane*, Louis Pasteur a apelat la următorul experiment: a luat mai multe medii de cultură sterile, unele din ele fiind menţinute în contact direct cu atmosfera, iar altele fiind izolate de mediul extern; examinând după un timp aceste medii de cultură, el a observat că cele din prima categorie conţin numeroase microorganisme, în timp ce cele din a doua categorie au rămas sterile. Să se determine schemele logice la care a recurs Pasteur pentru a respinge, pe baza acestui experiment, ipoteza menţionată.

4. Daţi exemple de ipoteze cu care operează disciplinele studiate în liceu, arătaţi în ce fel pot fi verificate aceste ipoteze şi stabiliţi valoarea lor în directă dependenţă de criteriile de evaluare a ipotezelor.

5. Sugeraţi cum pot fi controlate ipotezele din exerciţiul 14 de la pagina 99 şi arătaţi dacă verificarea lor ia o formă directă sau indirectă şi ce anume rezultă pentru fiecare din aceste ipoteze din confruntarea ei cu criteriile de evaluare a ipotezelor.

6. Folosiţi instrucţiunile date în exerciţiul 5, de mai sus, în legătură cu ipotezele pe care le-aţi specificat ca urmare a rezolvării exerciţiului 13 de la pagina 99.

Un sofism de acest fel se produce atunci când se argumentează, de pildă, că numai mediul sau, dimpotrivă, numai factorii ereditari trebuie să fie singura cauză a formării şi dezvoltării personalităţii.

Un sofism de acelaşi tip se comite şi atunci când nu se observă sau nu se ia în considerare faptul că unul şi acelaşi efect poate fi produs de mai multe mulţimi de condiţii. S-a argumentat, de exemplu, că delincvenţa se datorează sărăciei. Faptul că lucrurile nu stau aşa poate fi sesizat dacă luăm în considerare cazurile în care unii oameni cu bune resurse materiale sunt criminali. Aşadar, s-ar putea argumenta că sărăcia este **una** dintre cauzele crimei, dar nu se poate susţine că este **cauza** crimei.

(v) **Confundarea cauzei şi efectului.** Sunt situaţii în care datorită ignoranţei sau datorită neatenţiei confundăm cauza cu efectul. De exemplu, întâlnim frecvent afirmaţii de felul:

(16) **Cauza lipsei de interes şcolar a elevului X este dată de notele proaste pe care le-a primit.**
Dar de fapt, notele proaste reprezintă rezultatul lipsei sale de interes şi nu cauza ei.

EXERCIŢII ŞI PROBLEME

Recunoaşteţi sofismele care sunt comise în următoarele exemple:

1. Media notelor obţinute de elevii clasei a IX-a la logică în anul şcolar trecut a fost 7,50. Deci, mă pot aştepta ca media obţinută de mine la logică la sfârşitul clasei a IX-a să fie 7,50.

2. Ai dreptate că ar fi o greşeală ca acest comitet să-şi asume răspunderea acestei sarcini. De aceea, pentru că sunt cu totul de acord cu ceea ce ai spus, am format un subcomitet pe care l-am delegat pentru rezolvarea acestei sarcini.

3. „Imparţialitate" înseamnă a nu ţine partea nimănui într-o controversă. Am sperat că judecătorul va fi imparţial, însă el a dat decizia împotriva mea.

4. Unghiurile unui triunghi sunt mai mici decât 180°. Deci unghiurile ABC, BCA şi CAB, care compun acest triunghi, sunt mai mici decât 180°.

5. De ce sunt românii mai nefericiţi şi mai frustraţi decât toţi ceilalţi cetăţeni ai tuturor celorlalte naţiuni? Există mai multe răspunsuri la această întrebare, dar cel care cred că relevă unul dintre cele mai grave aspecte ale acestei probleme este acela că familia se confruntă cu dificultăţi economice adesea foarte greu de rezolvat şi pierde din importanţa pe care a avut-o altădată. Rata divorţialităţii este foarte ridicată. Şi chiar atunci când membrii familiei trăiesc împreună, fiecare are interesul său, care diferă de interesele celorlalţi membri ai familiei.

6. Dragi colegi, prietenul meu a fost acuzat că a spart geamul. L-aţi auzit spunând de mai multe ori, că nu el a săvârşit această faptă. Şi părinţii şi sora lui au afirmat acelaşi lucru: că este nevinovat. Eu vă spun, la rândul meu, că prietenul meu nu este un mincinos; eu, pur şi simplu, nu pot să cred că el a făcut aşa ceva. Ideea este de-a dreptul absurdă! Singura concluzie la care puteţi ajunge este că prietenul meu este nevinovat.

7. Echipa noastră este cea mai bună din campionat, pentru că are cei mai buni jucători şi cel mai bun antrenor. Ştim că are cei mai buni jucători şi cel mai bun antrenor, pentru că va câştiga titlul pus în joc şi pentru că merită să îl câştige. Bineînţeles că va câştiga titlul, pentru că este cea mai bună echipă din campionat.

8. Nu este rezonabil să cercetezi nici ceva ce este cunoscut şi nici ceva ce nu este cunoscut. Deoarece, dacă ştim un anumit lucru, atunci nu mai este nevoie să cercetăm, iar dacă nu ştim un anumit lucru, atunci nu putem să întreprindem o cercetare, deoarece nu ştim ce anume să cercetăm.

(Adaptat după Platon – **Meron**)

9. Ştim că fiecare este în favoarea libertăţii individuale. Din păcate, libertatea individuală conduce la anarhie socială. Faptul acesta este dovedit, pur şi simplu, de ceea ce s-a întâmplat în ţara noastră în ultimul timp. Trebuie să alegem, deci, între libertate individuală, pe de o parte, sau lege şi ordine, pe de altă parte. Eu unul aleg legea şi ordinea.

10. Cei care spun că astrologia nu este o ştiinţă greşesc. Cei mai înţelepţi oameni de-a lungul timpului au fost interesaţi de astrologie şi regi şi regine din toate timpurile au crezut afirmaţiile astrologilor şi s-au călăuzit în rezolvarea problemelor lor şi ale naţiunilor pe care le-au condus după principiile astrologiei.

11. Declaraţia martorului nu este demnă de încredere, deoarece există dovezi că a participat la demonstraţii de protest împotriva politicii guvernului.

12. De ce spui că nu există vrăjitoare? Nimeni nu a putut să demonstreze că nu există.

13. Legislaţia prin care se impune un control asupra portului de armă nu reduce rata omuciderilor datorate armelor de foc, deoarece oamenii, şi nu armele, sunt aceia care omoară pe oameni.

14. Orice eroare logică (sofism sau paralogism) coincide cu încălcarea a cel puţin unui principiu logic; ce principii sunt încălcate în exerciţiile de mai sus?

SOLUŢII şi INDICAŢII DE REZOLVARE

Capitolul I

2. (i) arată că anumite proprietăţi aparţin sau nu anumitor obiecte, respectiv, redau cauzele sau condiţiile care fac ca anumite obiecte să fie aşa cum sunt, sau ca anumite evenimente să se petreacă (producă) într-un anume fel; (ii) sunt singurele feluri de propoziţii care au valoare de adevăr (pot fi preţuite ca fiind *adevărate*, *false* sau *nesigure*).

3. Pe cale teoretică (prin inferenţe): (1), (3), (4), (6), (7), (9), (10), (11), şi (12) şi pe cale empirică (prin observare, inspectare) (2), (5) şi (8).

4. Studiul proprietăţilor şi al condiţiilor ce trebuie neapărat respectate pentru a putea fi siguri că plecând de la idei adevărate vom ajunge neîndoielnic tot la idei adevărate, ca şi a felului în care le putem respecta şi în care putem descoperi eventualele nerespectări ale lor.

5. Forma logică este o *schemă ideală*, adică un fel de *tipar* sau *matriţă*, astfel spus, *scheletul intern* care face ca orice gând ce s-a născut în mintea noastră să aibă o anumită structură, o anumită organizare internă.

6. *Forma logică este o structură proprie gândirii umane*, care oferă o anume organizare internă gândurilor cu care operăm în plan mental, în timp ce *formula logică este o construcţie proprie limbajului* şi reprezintă doar o modalitate precisă şi economică de redare a unei forme logice. Obs. – aceeaşi formă logică poate fi redată prin formule logice diferite.

7. Noţiunea, propoziţia, inferenţa.

8. Premisele sunt propoziţiile din care este derivată concluzia, deci, premisele reprezintă „materia primă" supusă unei prelucrări mentale în urma căreia se obţine ca rezultat concluzia; altfel spus, în timp ce *concluzia este propoziţia justificată, premisele sunt propoziţiile pe baza cărora se realizează justificarea concluziei.*

9. Sunt cele mai complexe forme logice, deoarece, prin intermediul lor din anumite propoziţii asumate ca premise se obţine o altă propoziţie, sub formă de concluzie.

10. *Inferenţe deductive*, în care concluzia nu depăşeşte (nu spune mai mult decât) premisele din care a fost obţinută, şi *inferenţe inductive*, în care situaţia este exact inversă (concluzia spune mai mult decât premisele din care a fost obţinută).

11. Expresia uneia sau a mai multor proprietăţi specifice unei forme logice şi de a căror respectare depinde siguranţa adevărului, în sensul că, numai respectând aceste proprietăţi putem fi siguri că plecând de la idei adevărate vom ajunge tot la idei adevărate.

12. Cuvântul „albă", care aici face legătura între cele două premise, şi-a modificat înţelesul (sensul) şi chiar sistemul de referinţă, deci, a fost încălcat *principiul identităţii.*

13. Conform *principiului non-contradicţiei*, cele două propoziţii nu pot fi simultan adevărate, dar pot fi ambele false în acelaşi timp.

14. Da, însă numai dacă **A** şi **B** sunt doar nume diferite ale aceluiaşi obiect.

15. Pe baza *principiului non-contradicţiei*, pentru **x** şi y numere finite, aceste formule produc o *contradicţie logică* (sunt logic-contradictorii).

17. *Principiul terţului exclus este o lege de raţionare fundamentală*, care vizează distincţia dintre **acceptarea** şi **neacceptarea** unei propoziţii oarecare, în timp ce *principiul bivalenţei este doar o precizare* la care apelează uneori logicienii pentru a arăta că se ocupă doar de acele propoziţii care nu pot fi altfel decât sau **adevărate**, sau **false**.

18. În (1) şi (4) este încălcat *principiul identităţii*, iar în celelalte cazuri este încălcat *principiul non-contradicţiei*, uneori – în (5), (6) şi (9) – chiar de câte două ori.

20. Nu; Dacă pe lângă propoziţia dată, am lua ca adevărată şi propoziţia „Orice copil este elev", răspunsul ar fi pozitiv.

21. Sunt suficiente doar P_2, P_5 şi P_6.
26. Da; dacă cel puţin una dintre premise este falsă.
27. Nu.

Capitolul II

3. *Nume simple*=elevi, profesori, curte, grădină. *Nume compuse*=vecinul nostru, tehnician dentar, prietenii tăi (mei), stiloul lui Viorel, stiloul fratelui meu, caietul de pe bancă, colegul meu, acest gard.

8. Se încalcă *principiul identităţii*=o noţiune colectivă – *lună a anului* – este tratată ca noţiune divizivă.

10. *Luminozitate*=concretă în (1) şi abstractă în (2); *Onestitate*=concretă în (3) şi abstractă în (4).

12. Nu.

13. În (1) dezvăluie faptul că stiloul este *proprietatea* (aparţine) cuiva, iar în (2) introduce o *relaţie* (legătură) de familie.

23. Unii A sunt B, Unii B sunt A, Unii A nu sunt B, Unii B nu sunt A, Nici un A nu este C, Nici un C nu este A, Toţi C sunt B şi Unii B nu sunt C (fără ca cea de a doua şi cea de a şasea să fie strict necesare).

Capitolul III (3.1–3.4)

3. În principiu vorbind, B. Spinoza pune în evidenţă conţinutul primei reguli a definiţiei.

4. Toate enunţurile sunt adevărate.

5. Şi aici, *corectitudinea logică* rămâne o *condiţie necesară* pentru *adevăr*.

6. Ambele sunt definiţii stipulative *corecte*=termenul (cuvântul) *major* este definit în prima în contextul dreptului românesc, iar în a doua în contextul dreptului (legilor juridice) în general.

7. Definiţii incorecte=(2), (4), (7), (8), (9), (11), (13), (14), (16), (17), (18), (20), (22) şi (23).

9. *Cele reale* definesc noţiuni (obiecte), iar *cele lexicale* definesc cuvinte.

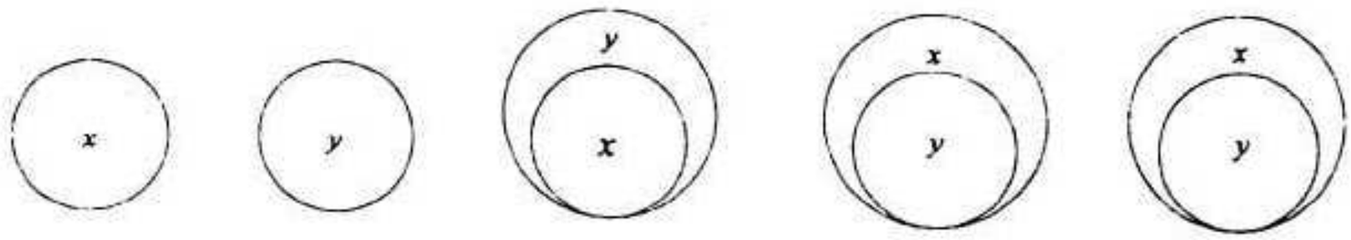
Capitolul III (3.5–3.9)

6. (a)=corectă; (b)=incorectă, întrucât se încalcă regulile (2) şi (3); (c)=incorectă, deoarece nu se respectă regula (2).

Capitolul IV (4.1–4.3)

2. (1) *SoP* (S=corpuri conducătoare de electricitate, P=metal); (2) *SiP* (S=eforturi, P=zadarnice); (5) *SaP* (S=fiinţe capabile a se îndoi de sine, P=om); (19) *SoP* (S=sportivi, P=campioni mondiali); (24) *SaP* (S=sancţionat, P=persoană care încalcă regulamentul).

(26) SaP (S=echitabili, P=bravi); (27) SiP (S=elevi, P=neîndemânatici); (28) SaP (S=drepte neparalele, P=drepte concurente); (29) SoP (S=elevi, P=poeţi).



1 2 3 4

Capitolul IV (4.4)

4. Contradicţie.

5. Cele două propoziţii se află în raport de subalternare.

6. În fiecare caz în parte, rezolvarea se face pe baza *pătratului logic*.

7. Propoziţia dată este de tip SeP, iar rezolvarea se face pe baza *pătratului logic*.

8. Mai întâi se stabileşte locul ocupat de fiecare propoziţie în *pătratul logic*, iar pentru a răspunde şi ultimei cerinţe, ne bazăm pe reprezentarea prin diagrame Euler a raporturilor date între noţiunile A şi B.

9. Soluţia se obţine pe baza *pătratului logic*.

10. După ce au fost stabilite formulele corespunzătoare propoziţiilor date, soluţia se obţine cu ajutorul *pătratului logic*.

11. Respectând *principiul identităţii* în introducerea simbolurilor S şi P, se procedează întocmai ca la exerciţiul 10.

Capitolul V

1. Respectând *principiul identității* în introducerea simbolurilor S și P, pentru început, se stabilesc formulele corespunzătoare propozițiilor date, după care, pentru fiecare pereche de formule (propoziții) soluțiile cerute pot fi descoperite, lucrând după modelul din pag. 47 (a se vedea perechea de propoziții „Toate girafele au gâtul lung" și „Toate animalele care nu sunt girafe au gâtul scurt").

2. Mai întâi, se stabilesc formule corespunzătoare propozițiilor date, iar apoi, lucrând cu aceste formule, se realizează conversiunile și obversiunile cerute în fiecare caz în parte; în final, formulele obținute drept concluzii sunt transformate în propoziții concrete, evident, ținând seama de termenii (cuvintele) care inițial au fost înlocuiți cu simbolurile S și P.

3. Se apelează la conversiune și obversiune.

6. Pentru dubla conversă=*Nu*. Pentru contrapusa totală=*Nu*. Vezi *SeP*.

7. Se operează cu formula corespunzătoare propoziției date.

8. Nici una dintre inferențe nu este logic-corectă (validă).

Capitolul VI

3. (a) (1) Deoarece M este predicat în ambele premise, în baza *regulei distribuirii termenilor, legea generală (2)* impune cu necesitate ca *una dintre premise să fie negativă*, ceea ce face ca în figura a 2-a – conform *legii generale (6)* – concluzia să fie totdeauna negativă; în aceste condiții, P va fi totdeauna distribuit în concluzie și ca atare, necesitatea respectării *legii generale* (3) impune ca P să fie distribuit și în premisa majoră în care P are rol de subiect logic, de unde rezultă cu necesitate că *premisa majoră este universală.*

(2) Dacă minora ar fi negativă, atunci – conform *legii generale* (6) – concluzia ar fi la rândul ei, negativă și prin urmare, P ar fi distribuit în concluzie; în aceste condiții, necesitatea de a respecta *legea generală* (3) ar impune ca P să apară ca distribuit și în premisa majoră, fapt însă imposibil în figura a 3-a; P are rol de predicat logic în premisa majoră și ca atare, singura posibilitate ca P să fie distribuit în majoră ar fi ca premisa majoră să fie și ea negativă, ceea ce înseamnă nerespectarea *legii generale* (5); prin urmare, în figura a 3-a *premisa minoră este afirmativă.* Recurgând, în continuare, la *legea generală (3)*, se demonstrează că în figura a 3-a *concluzia este particulară.*

(3) Pentru a demonstra condițiile (legile speciale) pe care trebuie să le satisfacă silogismele de figura a 4-a, procedăm la fel; plecăm de la schema figurii a 4-a și ne bazăm pe *legile generale ale silogismului* și pe *regula distribuirii termenilor.*

(b) Se procedează conform indicațiilor din paragraful 7.5.

4. Se rezolvă pe baza *legilor generale ale silogismului* și a schemelor figurilor silogistice.

5. PaM
SoM
―――
SoP

6. Pentru fiecare condiție în parte, se procedează ca la exercițiul 4.

7. Afirmativă.

8. Se procedează ca la exercițiile 4 și 6.

9. Se procedează ca la exercițiile 4 și 6.

10. Pentru început, se determină schema de inferență (modul silogistic) pentru fiecare dintre situațiile date.

11., 12. și **13.** Pentru început, se determină schemele de inferență.

15. Este logic-corect (valid) doar (2).

Capitolul VII

4. După fiecare propoziție simplă a fost redată printr-o *variabilă propozițională* distinctă, se introduc semnele *operatorilor propoziționali* care leagă, în fiecare caz în parte, propozițiile simple în propoziții compuse. *Exemplu*=fie prima dintre propozițiile compuse date:

(i) p=„Autocarul din fața cabanei era albastru", q=„Autocarul din fața cabanei nu avea numărul de București";

(ii) Deoarece cuvântul „dar" introduce *o conjuncție*, primei propoziții compuse îi corespunde formula:

$$p \,\&\, q$$

6. Se operează pe baza formulelor (7), (11) şi (13).

7. şi **8.** Pentru început, se procedează ca la exerciţiul 4.

10. *Legi logice*=(4), (5), (6) şi (8), restul formulelor sunt *contingente.*

12. Sunt logic echivalente formulele care formează perechile (1), (2), (4), (5) şi (6).

13. Toate formulele sunt *contingente.*

14. Formula $(p\&q)\to r$ este echivalentă cu (1), (2) şi (4), iar formula $(p\vee q)\to r$ este echivalentă cu (3).

15. Echivalente logic (1) cu (5), (2) cu (4) şi (3) cu (6).

16. Fiecare dintre formulele (1) şi (5) implică logic pe q, iar fiecare dintre formulele (2) şi (4) implică logic pe p.

17. Pentru fiecare dintre argumente se procedează astfel:

După ce fiecare premisă şi concluzia au fost redate prin formule adecvate, se aplică procedura din paragraful 7.8.

Exemplu: în cazul argumentului (1) folosind notaţia:

p =„Sandu crede pe Radu", q =„Sandu crede pe Ion", r =„Sandu crede pe Tudor", s =„Sandu crede pe Dan", obţinem:

$$(q\&\sim p)\vee(p\&\sim r)\,|\,q\to\sim s\,|\sim s\,||\,p$$

Se aplică apoi, fie *tabele de adevăr* (metoda matriceală), fie *metoda tabelelor de adevăr parţiale*, cea de a doua metodă fiind net preferabilă în astfel de cazuri.

Obs. Singurele argumente corecte (valide) sunt=(2), (3), (4) şi (8).

18. Pentru fiecare condiţie în parte se procedează astfel:

(i) Se presupune, pe rând, că ar fi vinovat fiecare dintre cei patru băieţi şi, separat, pentru fiecare dintre aceste ipoteze, se stabileşte ce valoare de adevăr are declaraţia făcută de fiecare băiat, obţinând drept rezultat patru situaţii (serii de valori de adevăr) diferite;

(ii) Pentru a stabili cine este vinovatul se cercetează pentru a descoperi care dintre cele patru situaţii satisface prima şi care dintre ele satisface cea de a doua dintre condiţiile date.

Capitolul VIII

4. Formulele deschise=(2), (3) – care conţin pe x ca *variabilă liberă* – şi (4) – care conţine pe z ca *variabilă liberă.*

7. (2) ≡ (8), (4) ≡ (6), (7) → (1) şi (3) → (5).

8. Echivalenţele cuantorilor corespund Legilor lui A. De Morgan (apar ca o generalizare a acestora).

9. (1) ≡ (6), (7) ≡ (9), (8) → (3), (2) → (5).

13. (1) $\forall x(E x\to\sim Rax)$

(2) $\exists x(E x\&\sim Rax)$

(3) $\exists x[Px\&\forall y(Oy\to Ayx)]$

(4) $\forall x[Nx\to\exists y(Ny\&y>x)]$

(5) $\forall x[Sx\to\exists y(Ly\&Dyx)]$

(6) $\exists y[Ly\&\forall x(Sx\to Dyx)]$

(7) $\exists x(Nx\&x>5\&x>3)$

(8) $\forall x[Nx\to\exists y(Ny\&<x)]$

(9) $\sim\exists x[Nx\&\forall y(Ny\to y<x)]$

(10) $\forall x\forall y[(Nx\&Ny)\to(x+y)=(y+x)]$

(11) $E\ x\exists y\exists z[Nx\&Ny\&Nz\&(x-y)<(x\cdot z)]$

(12) $\forall x[Rx\to(Qx\vee\sim Qx)]$

14. (1) $\exists y\forall z\forall x(\sim Fyz\vee Fxy\vee\sim Fxz)$

(2) $\forall x\exists y\sim Fxy$

(3) $\exists x[Fx\vee\sim Gx\vee(Fx\&Gx)]$

15. Nevalide (incorecte)=aee-1, ieo-2, oao-2, aco-3, aoo-3, oao-4, eae-4.

16. Valide=(1), (2), (3), (6), (7) şi (8).

Capitolul IX (9.1–9.8)

1. Probabilitatea concluziei este mai mare în cazurile: (a) – conform regulii (3) şi (b) - conform regulii (4), nu se modifică în cazul (c), pentru că sunt comparate tot atâtea persoane, dar este mai mică în cazul (d) – conform regulii (4).

2. În cazurile (1), (2) şi (4) concluzia are un grad de probabilitate acceptabil, dar în cazul (3) gradul de probabilitate al concluziei este destul de redus.

3. Simple ilustrări=(1) şi (3), restul sunt analogii.

8. Numai (5) este inducţie ştiinţifică, în rest, inducţie prin simplă enumerare.

11. Metoda concordanţei=(1), (5); Metoda diferenţei=(2), (3); Metoda variaţiilor concomitente=(6); Metodele concordanţei şi diferenţei=(4); Metodele concordanţei şi variaţiilor concomitente=(7).

Capitolul IX (9.9–9.10)

1. (a) Coroana ar putea conţine şi argint; (b) Considerând că aurul şi argintul au o greutate diferită, a recurs la un experiment, conform ipotezei sale; (c) Indirect.

2. (a) Destinul fiecărui om depinde total de steaua sub care s-a născut; (b) Respingerea se face cu ajutorul schemei *Modus Tollens*.

3. Mai întâi, se aplică *metoda diferenţei*, iar apoi se apelează la *Modus Tollens*.

Capitolul X

1. Diviziunea (lingvistică)
2. Accentul
3. Echivocaţia
4. Compoziţia lingvistică
5. Întrebare complexă (cu supoziţie)
6. Argument circular combinat cu o afirmaţie repetată
7. Argument circular
8. Falsă dilemă
9. Bifurcaţia
10. *Argumentum ad Verecundiam* combinat cu *Argumentum ad Populum*
11. *Argumentum ad Hominem* circumstanţial
12. *Argumentum ad Ignoratiam*
13. Cauză falsă: confundarea cauzei cu condiţia

Lei 2300

ISBN 973-30-5796-7

EDITURA DIDACTICĂ ŞI PEDAGOGICĂ, R.A. – BUCUREŞTI, 1997